О МЕТОДОЛОГИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ОЦЕНКЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ МНОЖЕСТВА СИГНАЛОВ

Брежнев Д. В.[1], Михалев О. А.[2], Абилов В. Н.[3], Савельева М. В.[4]

DOI:10.21681/3034-4050-2025-6-43-50

Ключевые слова: *фазированная антенная решетка, априорная неопределенность, векторные сигналы, функция плотности вероятности, кумулянтные функции.*

Цель исследования: *заключается в изучении возможностей и перспектив применения разработанного алгоритма оценки фазового распределения сигналов в раскрыве антенной решетки в системах радиомониторинга, функционирующих в условиях априорной неопределенности о параметрах фиксируемых сигналов.*

Метод исследования: *в исследовании использован метод анализа и синтеза, позволяющий на основе сформулированного критерия взаимной независимости выходных сигналов антенной решетки комплексно оценить перспективы использования предложенного алгоритма оценки фазового распределения сигналов с неточно известными параметрами.*

Результат: *в ходе исследования было показано, что для средств радиомониторинга, функционирующих в условиях априорной неопределенности о параметрах фиксируемых сигналов, классические методы пространственно-временной обработки сигналов не применимы. Более того, применение способов, разработанных в предположении о наличии точной информации о параметрах сигналов и шумов, может привести к непреднамеренному подавлению полезного сигнала. В статье сформулирован и доказан критерий взаимной независимости выходных сигналов антенной решетки.*

На основе данного критерия разработан алгоритм оценки фазового распределения сигналов с неточно известными параметрами. Применение данного алгоритма в системах радиомониторинга целесообразно при синтезе алгоритмов пространственного разделения сигналов, пространственной фильтрации, а также при оценке координат источников радиоизлучений.

Научная новизна: *предложенный алгоритм фазового распределения сигналов с неточно известными параметрами имеет принципиально важное значение при решении задач синтеза алгоритмов адаптивного пространственного разделения сигналов, адаптивной пространственной фильтрации и оценки координат источников радиоизлучений средствами радиомониторинга.*

Вклад авторов: *Брежнев Д. В. – постановка задачи, общее руководство подготовкой статьи; Михалев О. А. – разработка общего методологического подхода к синтезу алгоритма оценки фазового распределения сигналов с неточно известными параметрами; Абилов В. Н. – разработка непараметрического алгоритма векторного оценивания пространственных структур негауссовских сигналов; Савельева М. В. – анализ существующих методов оценки пространственных параметров множества сигналов средствами радиомониторинга.*

1 Брежнев Дмитрий Викторович, начальник управления ФГБУ «16 Центральный научно-исследовательский испытательный институт» Минобороны России, Московская область, г. Мытищи. Россия. E-mail: kbs79@bk.ru

2 Михалев Олег Александрович, кандидат технических наук, доцент, начальник отдела ФГБУ «16 Центральный научно-исследовательский испытательный институт» Минобороны России, Московская область, г. Мытищи. Россия. E-mail: olemihalev@yandex.ru

3 Абилов Владимир Нурбулатович, старший научный сотрудник ФГБУ «16 Центральный научно-исследовательский испытательный институт» Минобороны России, Московская область, г. Мытищи. Россия. E-mail: avnurb@mail.ru

4 Савельева Марина Викторовна, кандидат технических наук, научный сотрудник ФГБУ «16 Центральный научно-исследовательский испытательный институт» Минобороны России, Московская область, г. Мытищи. Россия. E-mail: marina-savelieva-62@mail.ru

Введение

Современные системы радиомониторинга должны обеспечивать надежный поиск и точное измерение параметров фиксируемых сигналов. Эффективность систем радиомониторинга напрямую зависит от характеристик используемых в них антенных систем. В настоящее время большое внимание уделяется вопросам применения активных фазированных антенных решеток (АФАР) в системах радиомониторинга для решения задач пространственно-временной обработки сигналов источников радиоизлучений [1, 2].

Актуальность применения активных фазированных антенных решеток для техники радиомониторинга обусловлена получением возможности проведения одновременного мониторинга в широком диапазоне частот, одновременного определения направления на несколько источников радиоизлучения, а также получением сведений о пространственно-временных параметрах сигналов от пространственно-разнесенных источников радиоизлучений.

Задача оценки пространственных параметров множества сигналов с помощью многоэлементных антенных решеток возникает во многих радиотехнических приложениях. В частности, многосигнальный режим работы радиоприемного устройства может возникать вследствие необходимости оценки параметров сигнала в условиях воздействия помех, когда априори неизвестно, какое из излучений является полезным, а какое – помехой. Кроме того, данная задача возникает в средствах радиосвязи, использующих пространственно-кодированные сигналы [3, 4, 5]. В данном случае на приемной стороне для пространственного разделения сигналов необходима информация о направлении их прихода для формирования диаграммы направленности антенной решетки в заданном направлении. При радиомониторинге таких систем также возникает подобная задача, так как в данном случае радиомониторингу подлежат все излучения на входе АФАР.

Вопросам теории и техники оптимального оценивания векторных сигналов в многоканальных системах радиосвязи посвящено достаточно большое число работ, в том числе и работ монографического характера[5]. В этих работах изложены вопросы теории оценивания, основывающейся на марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации [6], статистической теории при нестационарных стохастических возмущениях сигнально-помеховой обстановки, обработки сигналов в антенных системах с синтезированной апертурой, адаптации приемных антенных решеток и др[6]. При этом основное внимание уделяется методам, предполагающим наличие точной априорной информации о полезных сигналах. В ряде случаев, например применительно к системам радиосвязи, данное предположение представляется достаточно оправданным[7].

В средствах радиомониторинга, функционирующих в условиях априорной неопределенности о параметрах контролируемых сигналов классические методы оценивания векторных сигналов не применимы. В частности, на практике средства радиомониторинга вынуждены функционировать в ситуации, когда необходимые априорные данные либо неизвестны (полная априорная неопределенность), либо известны с недопустимо большими погрешностями (частичная априорная неопределенность).

Постановка задачи

Рассмотрим N-элементную антенную решетку (АР) произвольной конфигурации (($N\times L$)-мерный пространственный фильтр), осуществляющую прием L ($L \le N$) независимых узкополосных в пространственно-временном смысле сигналов на фоне гауссовского шума. Пренебрегая взаимной связью антенных элементов (АЭ), суммарный N-мерный вектор сигналов и шумов на выходах АЭ представим в виде

$$\vec{X}(t) = \mathbf{D}\vec{S}_L(t) + \vec{N}(t), \tag{1}$$

где $\vec{S}_L(t) = [s_1(t)\ s_2(t)\ \dots\ s_L(t)]^T$ – L-мерный вектор; $s_i(t)$ – комплексная огибающая сигнала i-го источника; $\mathbf{D} = [\vec{V}_1(t)\ \vec{V}_2(t)\ \dots\ \vec{V}_L(t)]^T$ – ($N\times L$)-матрица; $\vec{V}_i = [a_{1i}e^{j\varphi_{1i}}\ a_{2i}e^{j\varphi_{2i}}\ \dots\ a_{Ni}e^{j\varphi_{Ni}}]$ – N-мерный вектор, характеризующий пространственную структуру i-го сигнала; a_{ki} – нормированный коэффициент усиления k-го АЭ в направлении прихода i-го сигнала; φ_{ki} – фазовый сдвиг, обусловленный запаздыванием i-го сигнала на

5 Караваев В. В., Сазонов В. В. Статистическая теория пассивной локации. М.: Радио и связь. 1987. 237 с.

6 Марчук Л. А., Ефимов А. В., Рожков А. Г. Непараметрический алгоритм адаптивного пространственного разделения сигналов // Радиотехника. 1999. № 9. С. 32–37.

7 Бутузов А. Л., Бухов С. И., Казанский Л. С. и др. Перспективы использования неизотропной схемно-пространственной мультиплексии в антенно-фидерных устройствах корпоративной радиосвязи с подвижными объектами // Радиотехника. 2001. № 10. С. 100–101.

выходе k-го АЭ по отношению к точке, принятой за фазовый центр антенной решетки; $\vec{N}(t)$ – N-мерный вектор тепловых шумов, т – обозначение операции транспонирования.

С учетом (1) задачу оценивания векторов входных сигналов можно формализовать как задачу оценивания матрицы D

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{F}\{\vec{X}(t)\}, \tag{2}$$

где $\mathbf{F}\{\cdot\}$: $(C^N) \to (RL_N(C), \|\mathbf{B}\|_{l_2})$ – некоторый оператор, $RL_N(C)$ – множество положительно определенных эрмитовых матриц, $\|*\|_{l_2}$ – обозначение унитарно-инвариантной матричной l_2 нормы.

При этом задача оценивания матрицы $\mathbf{D}$ практически тождественна задаче построения разделителя, оптимального по критерию минимума мощности выходного сигнала (ММВ)[8]. Действительно, если матрица $\mathbf{D}$ известна точно, то, умножая (1) слева и справа на матрицу $\mathbf{D}^+$ (+ – обозначение операции псевдообращения), получим

$$\mathbf{D}^+\vec{X}(t) = \mathbf{D}^+(\mathbf{D}\vec{S}_L(t) + \vec{N}(t)) = \vec{S}_L(t) + \mathbf{D}^+\vec{N}(t). \tag{3}$$

Из (2) непосредственно следует, что условие нахождения $\hat{\mathbf{D}}$ (построения оператора $\mathbf{F}\{\cdot\}$ в (2)) имеет вид $\hat{\mathbf{D}}^+\mathbf{D} = \mathbf{I}$. Вместе с тем, поскольку индексы источников сигналов в матрице $\mathbf{D}$ произвольны, а мощности сигналов не являются оцениваемыми величинами, то $\hat{\mathbf{D}}^+\mathbf{D} = \mathbf{I}$ можно заменить существенно более слабым условием

$$\hat{\mathbf{D}}^+ = \mathbf{TP}, \tag{4}$$

где $\mathbf{T}$ – произвольная диагональная матрица; $\mathbf{P}$ – матрица перестановок.

Однако даже с учетом (4) задача оценивания матрицы $\mathbf{D}$ сложная и до настоящего времени полностью не решенная проблема. В последние несколько лет концептуально близкие задачи широко рассматривались в литературе в самых различных контекстах (от пространственного разделения сигналов до устранения межсимвольной интерференции в радиоканале)[9,10]. Введем ограничения, принципиально необходимые для решения выражения (3) и синтеза соответствующих (использующих минимально необходимые ограничения на класс сигналов) алгоритмов оценивания векторов входных сигналов. С этой целью сформулируем и докажем следующее утверждение: без использования каких-либо дополнительных предположений о временной структуре сигнала или характеристиках антенной решетки оценки матрицы $\mathbf{D}$, удовлетворяющие условию (4), не могут быть получены в рамках корреляционной теории.

В рамках корреляционной теории для получения каких-либо оценок используется информация, содержащаяся в корреляционной матрице (КМ) входных сигналов $\mathbf{R}_{xx}$[11,12]. Корреляционную матрицу $\mathbf{R}_{xx}$ всегда можно преобразовать к диагональному виду $\mathbf{BR}_{xx}\mathbf{B}^{\mathrm{H}} = \mathbf{T}$, следовательно (Н – операция эрмитового сопряжения)

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{TB}^{-\mathrm{H}}. \tag{5}$$

При этом, поскольку $\mathbf{R}_{xx} \in EL_N(C)$ ($EL_N(C)$ – множество эрмитовых неотрицательно определенных матриц [8]), то диагонализирующая матрица $\mathbf{B}$ может быть унитарной. Из (5) непосредственно следует

$$\mathbf{R}_{xx}^{-1} = \mathbf{B}^{\mathrm{H}}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{B}^{\mathrm{H}}\mathbf{T}^{-1/2}\mathbf{T}^{-1/2}\mathbf{B}. \tag{6}$$

Из (6) видно, что с точностью до диагональной матрицы $\mathbf{T}^{-1/2}$ диагонализирующая матрица $\mathbf{B}$ является квадратным корнем из $\mathbf{R}_{xx}^{-1}$. Однако разложение $\mathbf{R}_{xx}^{-1} = \mathbf{R}_{xx}^{-1/2}\,\mathbf{R}_{xx}^{-1/2}$ не является единственным (существует бесконечное число квадратных корней из заданной положительно определенной эрмитовой матрицы)[13]. Следовательно, $\mathbf{R}_{xx}^{-1/2}$, хотя и обеспечивает декорреляцию (пространственное выбеливание) входных сигналов, не удовлетворяет условию (4). Утверждение доказано.

Из рассмотренного утверждения непосредственно следует важный методологический вывод о том, что для решения задачи оценивания векторов $\hat{\vec{V}}_j$, $j = \overline{1,L}$, характеризующих пространственную структуру j-го сигнала, в общем случае не могут использоваться традиционные для корреляционной теории энергетические критерии.

Синтез алгоритма оценки фазового распределения

Учитывая доказанное выше утверждение отметим, что если на каждом j-ом выходе АР осуществлено подавление всех входных

8 Марчук Л. А., Ефимов А. В., Рожков А. Г. Непараметрический алгоритм адаптивного пространственного разделения сигналов // Радиотехника. 1999. № 9. С. 32–37.

9 Deflosse N., Loubaton P. Adaptive blind separation of independent sources: A deflation approach // Signal Processing. 1995. Vol. 45. № 1. P. 59–85.

10 Van Der Veen A., Paulraj A. An analytical constant moduls algorithm // IEEE Trans Signal Processing. 1996. Vol. 44. № 5. P. 1136–1155.

11 Караваев В. В., Сазонов В. В. Статистическая теория пассивной локации. М.: Радио и связь. 1987. 237 с.

12 Марчук Л. А., Колинько А. В., Устинов К. В. Робастные алгоритмы адаптивной пространственной фильтрации сигналов с неточно известными параметрами // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44, № 9. С. 1108–1115.

13 Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука. 1988. 552 с.

сигналов за исключением j-го (каждый входной сигнал оптимизирован по критерию ММВ), то из независимости входных сигналов $s_j(t)$, $j = \overline{1,L}$ очевидным образом следует независимость выходных сигналов $y_j(t)$, $j = \overline{1,L}$. Следовательно, обозначая $\vec{Y}(t) = [y_1(t) \ \dots \ y_L(t)]^T$ – L-мерный вектор, составленный из выходных сигналов АР, на основании (3) и (4) можно записать

$$P_Y(\hat{\mathbf{D}}^+\mathbf{X}) = \prod_{j=1}^{L} P_{yj}(y_j) = \prod_{j=1}^{L} P_{sj}(s_j), \quad (7)$$

где $P_{yj}(y_j)$, $P_{sj}(s_j)$ – функции плотности вероятности соответственно выходных и входных сигналов АР, $P_Y(\cdot)$ – совместная функция плотности вероятности.

Выражение (7) фактически определяет критерий оценивания матрицы $\mathbf{D}$ – критерий независимости выходных сигналов АР. При этом, поскольку $y_j(t)$ являются линейными функциями $s_j(t)$, то взаимная независимость является естественным следствием попарной независимости выходных сигналов. Заметим, что критерий ММВ является частным случаем критерия взаимной (попарной) независимости выходных сигналов[14]. Однако непосредственное использование критерия взаимной (попарной) независимости выходных сигналов для осуществления оценивания $\hat{\vec{V}}_j$, $j = \overline{1,L}$ достаточно проблематично. Поэтому воспользуемся утверждением: необходимым условием взаимной независимости выходных сигналов АР является равенство нулю всех взаимных кумулянтных функций вектора $\vec{Y} = [y_1 \ \dots \ y_L]^T$, и докажем его.

Пусть $\hat{O}_Y(\vec{U}) = E\{exp(j\vec{U}^H\vec{Y})\}$ – характеристическая функция $\vec{Y}$, а $\Psi_Y(\vec{U}) = ln\hat{O}_Y(\vec{U})$. В случае, когда составляющие $\vec{Y}$ независимы, имеем

$$\Psi_Y(\vec{U}) = \sum_{i=1}^{L} \Psi_{yi}(u_i), \quad (8)$$

где $\Psi_{yi}(u_i)$ – логарифм характеристической функции i-го выходного сигнала.

Кумулянтами случайного процесса служат коэффициенты разложения логарифма характеристической функции в ряд Тейлора [7]. Раскладывая $\Psi_Y(\vec{U})$, $\Psi_{yi}(u_i)$, $i = \overline{1,L}$ в ряд Тейлора и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях, приходим к заключению, что имеющиеся в разложении левой части (8) коэффициенты, зависящие более чем от одной переменной u_i, должны быть нулевыми, так как таких коэффициентов нет в соответствующем разложении правой части. Однако коэффициенты в разложении логарифма характеристической функции в ряд есть ни что иное, как кумулянты[15]. Утверждение доказано.

Из данного утверждения непосредственно следует, что элементы искомой матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ должны удовлетворять бесконечномерной системе уравнений

$$\left.\begin{array}{l} cum(y_i, y_j^*) = 0,\ i,j = \overline{1,L} \\ cum(y_i, y_j^*, y^k) = 0,\ i,j,k = \overline{1,L} \\ cum(y_i, y_j^*, y^k, y_l^*) = 0,\ i,j,k,l = \overline{1,L} \\ cum(y_i, y_j^*, y^k, y_l^*, y_n) = 0,\ i,j,k,l,n = \overline{1,L} \end{array}\right\}, \quad (9)$$

где индексы i, j, k, l, n удовлетворяют условию $i,j,k,l,n \notin \{i,j,k,l,n \mid i = j = k = l = n\}$;$cum(y_1, y_2^*, y_3,..., y_N)$ – кумулянтная функция (кумулянт) N-го порядка, * – обозначение операции комплексного сопряжения.

Естественно, что на практике мы не можем решать бесконечную систему уравнений, следовательно, порядок кумулянтных функций в (9) должен быть ограничен. В случае, когда кумулянты входных сигналов порядка $m > p$ равны нулю, такое ограничение очевидно, рассматриваем только кумулянтные функции порядка $2...p$. В общем же случае ограничение порядка кумулянтных функций приводит к «потере» определяемых доказанным выше утверждением условий независимости. При этом следует иметь в виду, что это утверждение определяет только необходимые условия независимости, а ответ на вопрос о достаточности этих условий зависит от вида законов распределения входных сигналов. Например, если входные сигналы распределены по гауссовскому закону, то все кумулянтные функции порядка $p > 2$ равны нулю, а кумулянты первого и второго порядков совпадают с соответствующими моментными функциями[16]. Следовательно, решение системы уравнений $cum(y_i, y_j^*) = 0$, $i,j = \overline{1,L}$ приводит только к декорреляции входных сигналов. Поэтому при использовании (9) для оценивания матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ необходимо учитывать свойства законов распределения входных сигналов.

В этой связи следует отметить, что большинство сигналов, используемых в радиосвязи, не являются гауссовскими, а соответствующие функции плотности вероятности $P_{si}(s_i)$

14 Марчук Л. А., Ефимов А. В., Рожков А. Г. Непараметрический алгоритм адаптивного пространственного разделения сигналов // Радиотехника. 1999. № 9. С. 32–37.

15 Пономарева Л. И., Скородумов А. И. Оптимизация спектральной эффективности в многоканальных системах сотовой связи // Радиотехника и электроника. 2009. Том 54. № 1. С. 81–97.

16 Зайцев А. Г., Мачулин В. М., Шепеть И. П., Ягольников С. В. Алгоритм пространственного разделения коррелированных сигналов источников излучения. Радиотехника. 2001. № 5. С. 92–95.

обладают свойствами осевой симметрии. Вместе с тем известно, что для негауссовских сигналов с симметричными функциями плотности вероятности все кумулянтные функции нечетных порядков равны нулю[17,18]. Кроме того, нетрудно показать, что для таких сигналов имеет место импликация

$$((cum(x_i,x_j^*,x_k,x_l^*) = 0,\ i,j,k,l = \overline{1,L},\ \mathrm{i} \neq \mathrm{j}) \Rightarrow \\ \Rightarrow (cum(x_i,x_j^*) = 0,\ i,j = \overline{1,L},\ \mathrm{i} \neq \mathrm{j})).$$

Следовательно, в системе уравнений (9) можно ограничиться только четными значениями порядка $p \geq 4$. Однако при фиксированном L существует L^p кумулянтных функций порядка p. Поэтому представляется целесообразным ограничиться наименьшим значением p и редуцировать (9) к виду

$$cum(y_i,y_j^*,y_k,y_l^*) = 0,\ i,j,k,l = \overline{1,L}, \tag{10}$$

где $i,j,k,l \notin \{i,j,k,l \mid i = j = k = l\}$.

Выражение (10) представляет собой систему из $(L^4 - L)$ нелинейных уравнений с L^2 неизвестными (неизвестные – элементы матрицы $\hat{\mathbf{D}}$). Решение таких систем, хотя и возможно, но достаточно трудоемко и может потребовать привлечения численных методов. Поэтому воспользуемся результатами[19] и представим (10) в виде задачи совместной диагонализации некоторых эрмитовых матриц. При этом для упрощения выкладок положим, что в (1) все входные сигналы идентично нормированы, так что $E\{\vec{S}_L\vec{S}_L^H\} = \mathbf{I}$, $E\{\vec{X}(t)\vec{X}^H(t)\} = \mathbf{DD}^{\mathrm{H}}$ (очевидно, что такое предположение ни в коей мере не снижает общности рассуждений). Тогда если некоторая $(N\times L)$-мерная матрица $\mathbf{B}$ осуществляет пространственно-временное обеление вектора $\vec{S}_L(t)$, то можно записать

$$\mathbf{BDD}^{\mathrm{H}}\mathbf{B}^{\mathrm{H}} = \mathbf{I}. \tag{11}$$

Из (11) видно, что $\mathbf{BD}$ – унитарная матрица. Следовательно, для любой обеляющей матрицы $\mathbf{B}$ существует унитарная матрица $\mathbf{U}$, такая что $\mathbf{BD} = \mathbf{U}$. Таким образом, исходная матрица $\hat{\mathbf{D}}$ может быть факторизована в виде

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{B}^{+}\mathbf{U}. \tag{12}$$

Из выражения (12) следует, что если вместо $\vec{X}(t)$, определяемого моделью (1), использовать обеленный вектор входных сигналов

$$\vec{Z}(t) = \mathbf{B}\vec{X}(t) = \mathbf{U}\vec{S}_L(t) + \mathbf{B}\vec{N}(t), \tag{13}$$

то задача оценивания матрицы $\mathbf{D}$ фактически сводится к нахождению унитарной матрицы $\mathbf{U}$. При этом, согласно (10), матрица $\mathbf{U}$ должна обеспечивать равенство нулю всех совместных кумулянтов «обеленного» вектора $\vec{Y}(t) = \mathbf{BU}\vec{X}(t)$. Для нахождения матрицы $\mathbf{U}$ введем ассоциированную с произвольной $(L\times L)$-матрицей $\mathbf{M}$ кумулянтную матрицу

$$Z(\mathbf{M}) = \textstyle\sum_{k,l=1}^{L} cum(z_i, z_j^*, z_k, z_l^*)m_{lk},\ i,j = \overline{1,L}. \tag{14}$$

Используя (13) и (14), на основании известных свойств кумулянтных функций приходим к представлению

$$Z(\mathbf{M}) = \mathbf{U}L_M\mathbf{U}^{\mathrm{H}}, \tag{15}$$

где $L_M = diag(k_1\vec{U}_1^H\mathbf{M}\vec{U}_1, \ldots, k_L\vec{U}_L^H\mathbf{M}\vec{U}_L)$; $k_j = cum(s_j, s_j^*, s_j, s_j^*)$, $j = \overline{1,L}$; $\vec{U}_j$ – j-ый столбец матрицы $\mathbf{U}$.

Из выражения (15) видно, что искомая унитарная матрица диагонализирует как ассоциированную кумулянтную матрицу $Z(\mathbf{M})$, так и саму матрицу $\mathbf{M}$.

Следовательно, задача диагонализации кумулянтной матрицы $Z(\mathbf{M})$ может быть сформулирована как задача диагонализации матрицы $\mathbf{M}$.

Вместе с тем, для любого N-мерного вектора $\vec{Z}(t)$ кумулянтные функции четвертого порядка можно представить как в виде $(N^2\times N^2)$-матрицы $\mathbf{K}_Z$, так и в виде совокупности N^2 матриц размерности $(N^2\times N^2)$, определяемых (14). При этом существует N^2 вещественных коэффициентов λ_i и N^2 матриц $\mathbf{M}_i$, удовлетворяющих условию

$$\mathrm{Z}(\mathbf{M}_i) = \lambda_i\mathbf{M}_i,\ tr(\mathbf{M}_i\mathbf{M}_j^{\mathrm{H}}) = \delta(i,j),\ i,j = \overline{1,N}. \tag{16}$$

Заметим, что определяемые согласно (16) пары λ_i, $\mathbf{M}_i$ можно трактовать как собственные значения и «собственные матрицы» матриц вида (14). Следовательно, можно записать

$$\mathbf{M}_i = vecs^{-1}(\vec{Q}(\lambda_i(\mathbf{K}_Z))), \tag{17}$$

где $\vec{Q}(\lambda_i(\mathbf{K}_Z))$ – N^2-мерный собственный вектор (СВ), соответствующий i-му собственному числу (СЧ) $(N^2\times N^2)$-матрицы $\mathbf{K}_Z$; $vecs^{-1}(\cdot)$ – операция преобразования N^2-мерного вектора в матрицу размерности $(N\times N)$.

Вместе с тем, из (15) и (16) следует, что если некоторая унитарная матрица $\mathbf{U}$ обеспечивает совместную диагонализацию N^2 «собственных матриц» $\mathbf{M}_i$, то матрица $\mathbf{U}$ обеспечивает также обнуление всех совместных кумулянтов «обеленного» вектора $\vec{Y}$. Более того, поскольку $\vec{Y}$ – L-мерный вектор, то совместная диагонализация N^2 «собственных матриц» является

17 Weiss A. J. Friedlander B. «Almost blind» steering vector estimation using second order moments // IEEE Trans. Signal Processing. 1996. Vol 44. № 4. P. 1024–1027.

18 Малахов А. Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовских процессов и их преобразований. М.: Сов. радио. 1978. 376 с.

19 Хорн Р., Джонсон Т. Матричный анализ: пер. с англ. М.: Мир. 1989. 655 с.

существенно избыточной (достаточно обеспечить совместную диагонализацию L^2 матриц $\mathbf{M}_i$, соответствующих в (16) упорядоченным по убыванию L^2 собственным числам λ_i).

Таким образом, алгоритм вычисления матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ можно представить в виде совокупности последовательно выполняемых операций:

- вычисление выборочной КМ входных сигналов $\mathbf{R}_{xx} = \frac{1}{K}\sum \vec{X}(i)\vec{X}^H(i)$, оценка числа источников сигналов и формирование оценки $(N{\times}L)$-обеляющей матрицы $\mathbf{B}$
$$\hat{\mathbf{B}} = [((\lambda_1 - \lambda_{min})\,\vec{Q}_1 \ldots (\lambda_1 - \lambda_{min})\,\vec{Q}_L)], \qquad (18)$$
где λ_i – i-ое СЧ матрицы $\mathbf{R}_{xx}$, а $\vec{Q}_i$ – соответствующий СВ (считаем, что СЧ упорядочены в порядке убывания, то есть $\lambda_1 = \lambda_{max}$;
- вычисление оценок кумулянтов четвертого порядка обеленного вектора входных сигналов $\vec{Z}(t) = \hat{\mathbf{B}}\vec{X}(t)$ и формирование $(N^2{\times}N^2)$-кумулянтной матрицы $\mathbf{K}_Z$;
- вычисление $\lambda_i(\mathbf{K}_Z)$, $\vec{Q}(\lambda_i(\mathbf{K}_Z))$ и формирование на основе (17) L^2 матриц $\mathbf{M}_i$;
- вычисление унитарной матрицы $\hat{\mathbf{U}}$, обеспечивающей совместную диагонализацию матриц $\mathbf{M}_i$ и определение искомой матрицы $\hat{\mathbf{D}} = \hat{\mathbf{B}}^{+}\mathbf{U}$.

Следует отметить, что действия, указанные в первых трех вышеперечисленных операциях, хорошо известны (для вычисления собственных векторов могут использоваться стандартные методы линейной алгебры, а оценки кумулянтов четвертого порядка могут быть выражены через оценки соответствующих моментных функций). Существенно нетривиальной является только указанная в четвертой операции совместная диагонализация L^2 матриц $\mathbf{M}_i$. Для осуществления такой совместной диагонализации можно использовать обобщение метода Гивенса[20].

Следует отметить также, что вычислительные затраты на оценивание $\vec{V}_j$ существенно превышают затраты на формирование собственно векторов весовых коэффициентов при адаптивном пространственном разделении сигналов. Действительно, необходимо вычислять только один СВ, соответствующий максимальному СЧ некоторой эрмитовой матрицы[21], в то время как даже для построения обеляющей матрицы (18) требуется определение L собственных векторов. Кроме того, если положить, что вычислительные затраты на определение СВ $(N{\times}N)$-матрицы пропорциональны N^3, то в случае $\mathbf{K}_Z$ имеем N^6 и т.д. Однако такое увеличение вычислительной сложности, по-видимому, является естественной платой за полный отказ от использования априорных данных о характеристиках АР и применение только достаточно слабых предположений о статистических свойствах входных сигналов. Привлекая дополнительные предположения о свойствах сигналов или характеристиках АР, можно получить более «простые», в вычислительном плане, процедуры оценивания[22].

Выводы

В настоящее время наблюдается устойчивая тенденция применения в современных средствах радиомониторинга методов пространственно-временной обработки сигналов с помощью многоэлементных антенных решеток.

Одной из важнейших задач в интересах радиомониторинга является оценка непосредственно фазового распределения сигналов в раскрыве антенной решетки.

Предложены новый методологический подход и алгоритм оценки фазового распределения L сигналов в условиях априорной неопределенности о парциальных характеристиках направленности антенных элементов на основе сформулированного критерия взаимной независимости выходных сигналов антенной решетки.

Разработанный непараметрический алгоритм векторного оценивания пространственных структур негауссовских сигналов реализует минимизацию совместных кумулянтных функций четвертого порядка выходных сигналов посредством совместной диагонализации L $(N{\times}N)$-матриц, формируемых на основе кумулянтов четвертого порядка сигналов, наблюдаемых на выходах антенных элементов.

Использование данного алгоритма применительно к средствам радиомониторинга является целесообразным для синтеза алгоритмов адаптивного пространственного разделения при формировании диаграммы направленности в направлении прихода сигналов и оценивания координат источников радиоизлучения. При этом, в качестве первичных координатно-информативных параметров выступают элементы оцененных векторов сигналов.

20 Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука. 1988. 552 с.

21 Марчук Л. А., Колинько А. В., Устинов К. В. Робастные алгоритмы адаптивной пространственной фильтрации сигналов с неточно известными параметрами // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44, № 9. С. 1108–1115.

22 Dogan M. C., Mendel J. M. Application of cumulants to array processing. Part 1: Aperture extension and array calibration // IEEE Trans. Signal Processing. 1995. Vol. 43. № 5. 1995. P. 362–370.

Литература

1. Малинка А. В., Ходунов В. А., Чалкина Т. А. Применение активной фазированной антенной решетки в технике радиоэлектронной борьбы // Радиотехника. 2022. Т. 86. № 10. С. 23–30.
2. Малинка А. В., Ходунов В. А., Куликов С. С., Чалкина Т. А. Широкополосная плоская логопериодическая антенна УВЧ/СВЧ диапазонов аппаратуры радиомониторинга и радиопеленгации // Радиотехника. 2022. Т. 86. № 10. С. 31–37.
3. Штарев Д. В., Маврычев Е. А. Пространственное линейное кодирование сигналов в совместной системе радиолокации и многоадресной радиосвязи // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25. № 1. С. 17–27.
4. Joint transmit beamforming for multiuser MIMO communications and radar / X. Liu, T. Huang, N. Shlezinger, Y. Liu. Zhou, Y.L. Eldar // IEEE Trans. on Signal Processing. 2020. Vol. 68. P. 3929–3944.
5. Multicasting precoder design for vehicular joint radar communication systems / S. H. Dokhanchi, B. S. Mysore, R. M. Kobay a Shi, B. Ottersten // Proc. of the 1st IEEE Intern. Online Symp. on joint Communications & Sensing. Dresden, Germany, 23–24 Feb. 2021. doi 10.1109 / jcs52304.2021.9376334.
6. Детков А. Н. Оптимальное дискретное оценивание отсчетов дискретно-непрерывного марковского процесса на фоне коррелированного марковского шума // Радиотехника и электроника. 2023. Т. 68. № 7. С. 650–659.
7. Курбаналиев В. К., Фесенко М. В., Горбунов Ю. Н. Использование кумулянтного анализа для распознавания цифровых видов модуляции радиосигналов// Радиотехника. 2024. Т. 88. № 5. С. 38–48.
8. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука. 2023. 572 с.

ABOUT THE METHODOLOGICAL APPROACH TO ESTIMATION OF SPATIAL PARAMETERS OF MULTIPLE SIGNALS

Brezhnev D. V.[23], Mikhalev O. A.[24], Abilov V. N.[25], Savelieva M. V.[26]

Keywords: *phased antenna array, a priori uncertainty, vector signals, probability density function, cumulant functions.*

Abstract

The purpose of the study *is to study the possibilities and prospects of using the developed algorithm for estimating the phase distribution of signals in the aperture of the antenna array in radio monitoring systems, in radio monitoring systems, operating under conditions of a priori uncertainty about the parameters of the detected signals.*

Research method: *the study used the method of analysis and synthesis, which allows, based on the formulated criterion of mutual independence of the output signals of the antenna array, to comprehensively assess the prospects for using the proposed algorithm for estimating the phase distribution of signals with inaccurately known parameters.*

The results of the research *was shown that for radio monitoring systems, operating under conditions of a priori uncertainty about the parameters of the parameters of the detected signals, classical methods spatiotemporal signal processing is not applicable. Moreover, the use of methods, developed on the assumption, that accurate information about the parameters of signals and noise is available, may lead to unintentional suppression of the useful signal. The criterion of mutual independence of antenna array output signals is formulated and proved in the article. An algorithm for estimating the phase distribution of signals with inaccurately known parameters has been developed based on this criterion. The use of this algorithm is advisable in the synthesis of algorithms for spatial separation of signals, spatial filtering, as well as in estimating the coordinates of radio sources in radio monitoring systems.*

23 Dmitry V. Brezhnev, Head of the Department of the Federal State Budgetary Institution «16th Central Research and Testing Institute» of the Ministry of Defense of Russia, Moscow Region, Mytishchi. Russia. E-mail: kbs79@bk.ru

24 Oleg A. Mikhalev, Ph.D. of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of the Federal State Budgetary Institution «16th Central Research and Testing Institute» of the Ministry of Defense of Russia, Moscow Region, Mytishchi. Russia. E-mail: olemihalev@yandex.ru

25 Vladimir N. Abilov, Senior Recearcher of the Federal State Budgetary Institution «16th Central Research and Testing Institute» of the Ministry of Defense of Russia, Moscow Region, Mytishchi. Russia. E-mail: avnurb@mail.ru

26 Marina V. Savelieva, Ph.D. of Technical Sciences, Recearcher of the Federal State Budgetary Institution «16th Central Research and Testing Institute» of the Ministry of Defense of Russia, Moscow Region, Mytishchi. Russia. E-mail: marina-savelieva-62@mail.ru

The scientific novelty: *the proposed algorithm for the phase distribution of signals with inaccurately known parameters is of fundamental importance in solving the problems of synthesizing algorithms for adaptive spatial separation of signals, adaptive spatial filtering and estimating the coordinates of radio sources, using radio monitoring systems.*

Authors' contributions: *Brezhnev D. V. – formulation of the problem, general management of the preparation of the article; Mikhalev O. A. – development of a general methodological approach to the synthesis of an algorithm for estimating the phase distribution of signals with inaccurately known parameters; Abilov V. N. – development of a nonparametric algorithm for vector estimation of spatial structures of non-Gaussian signals; Savelyeva M. V. – analysis of existing methods for estimating the spatial parameters of a set of signals by means of radio monitoring.*

References

1. Malinka A. V., Hodunov V. A., Chalkina T. A. Primenenie aktivnoj fazirovannoj antennoj reshetki v tehnike radiojelektronnoj bor'by // Radiotehnika. 2022. T. 86. № 10. S. 23–30.
2. Malinka A. V., Hodunov V. A., Kulikov S. S., Chalkina T. A. Shirokopolosnaja ploskaja logoperiodicheskaja antenna UVCh/SVCh diapazonov apparatury radiomonitoringa i radiopelengacii // Radiotehnika. 2022. T. 86. № 10. S. 31–37.
3. Shtarev D. V., Mavrychev E. A. Prostranstvennoe linejnoe kodirovanie signalov v sovmestnoj sisteme radiolokacii i mnogoadresnoj radiosvjazi // Izvestija vuzov Rossii. Radiojelektronika. 2022. T. 25. № 1. S. 17–27.
4. Joint transmit beamforming for multiuser MIMO communications and radar / X. Liu, T. Huang, N. Shlezinger, Y. Liu. Zhou, Y.L. Eldar // IEEE Trans. on Signal Processing. 2020. Vol. 68. P. 3929–3944.
5. Multicasting precoder design for vehicular joint radar communication systems / S. H. Dokhanchi, B. S. Mysore, R. M. Kobay a Shi, B. Ottersten // Proc. of the 1st IEEE Intern. Online Symp. on joint Communications & Sensing. Dresden, Germany, 23–24 Feb. 2021. doi 10.1109 / jcs52304.2021.9376334.
6. Detkov A. N. Optimal'noe diskretnoe ocenivanie otschetov diskretno-nepreryvnogo markovskogo processa na fone korrelirovannogo markovskogo shuma // Radiotehnika i jelektronika. 2023. T. 68. № 7. S. 650–659.
7. Kurbanaliev V. K., Fesenko M. V., Gorbunov Ju. N. Ispol'zovanie kumuljantnogo analiza dlja raspoznavanija cifrovyh vidov moduljacii radiosignalov// Radiotehnika. 2024. T. 88. № 5. S. 38–48.
8. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Jelementy teorii funkcij i funkcional'nogo analiza. M.: Nauka. 2023. 572 s.