

# ПРОБЛЕМА ВЫБОРА НЕКВАДРАТИЧНОЙ РАБОЧЕЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ РОБАСТНОГО АЛГОРИТМА АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ РАДИОСИГНАЛА

Цимбал В. А.<sup>1</sup>, Мокринский Д. В.<sup>2</sup>, Тоискин В. Е.<sup>3</sup>

DOI:10.21681/3034-4050-2025-6-3-12

**Ключевые слова:** канал связи, функция ошибки, негауссовское распределение, импульсные помехи, RLS-алгоритм, LMS-алгоритм, критерий Хубера, функция Тьюки.

## Аннотация

**Цель работы** состоит в анализе качества функционирования робастных алгоритмов адаптивной фильтрации при различной помеховой обстановке.

**Методом исследования** является численное моделирование процессов адаптации при различных отношениях сигнал/шум, а также различной интенсивности воздействия импульсных помех на радиосигнал.

**Результаты исследования** позволяют выбрать наиболее эффективный робастный алгоритм адаптивной фильтрации под определенный класс помеховой обстановки. На основе результатов моделирования была выявлена проблема выбора неквадратичной рабочей функции для робастного алгоритма адаптивной фильтрации радиосигнала при различных типах возмущений негауссовского типа в канале связи. Было предложено направление дальнейшего исследования, связанное с формированием и адаптацией функции ошибки на основе оценки статистического состояния помех. Была предложена кусочно-заданная структура функции ошибки, сформулирована оптимизационная задача по нахождению параметров данной функции. В статье указаны ограничения и особенности технической реализации предлагаемого метода адаптации. Ключевой идеей является возможность создания мета-адаптированной системы, в которой помимо вычисления вектора весовых коэффициентов (при обработке каждой очередной обучающей последовательности), будет реализовано адаптивное (под накопленную статистику о помехах) формирование структуры кусочно-заданной функции ошибки.

**Научная новизна** заключается в формулировке поставленной исследовательской задачи, в которой, в отличие от известных методов адаптивной фильтрации, предлагается реализовать формирование кусочно-заданной функции ошибки под накапливаемую статистику о помеховой обстановке в контуре мета-адаптации цифрового приемного комплекса, используя комбинаторные методы оптимизации.

## Введение

Адаптивная обработка сигналов – это передовая область современной цифровой обработки сигналов. Теоретические основы адаптивной фильтрации были заложены в фундаментальных трудах Бернарда Видроу, Теда Хоффа, С. Калана, а также советских ученых Тихонова В. И., Миронова М. А., Стратоновича Р. Л. и др. Текущий уровень развития науки и техники позволил массово внедрить адаптивные устройства в цифровые приемо-передающие комплексы, что позволило решить широкий круг задач по цифровой

обработке принимаемого радиосигнала. Принципы работы адаптивных фильтров для систем радиосвязи характеризуются тем, что параметры цифрового фильтра автоматически и в реальном времени подстраиваются под изменяющиеся условия в канале связи и характеристики входных сигналов (помех). Вариант схемы включения адаптивного фильтра в работу цифрового приемного комплекса показан на рисунке 1.

Адаптивная обработка сигналов основана на теории винеровской фильтрации. Фильтр Винера – это линейный сумматор, весовые

<sup>1</sup> Цимбал Владимир Анатольевич, заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизированных систем управления филиала Военной академии ВВЧН, г. Серпухов, Россия. E-mail: tsimbalva@mail.ru

<sup>2</sup> Мокринский Дмитрий Викторович, кандидат технических наук, докторант филиала Военной академии ВВЧН, г. Серпухов, Россия. E-mail: dmitrimokrinski1991@mail.ru

<sup>3</sup> Тоискин Василий Евгеньевич, доктор технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизированных систем управления филиала Военной академии ВВЧН, г. Серпухов, Россия. E-mail: vetoiskin@mail.ru

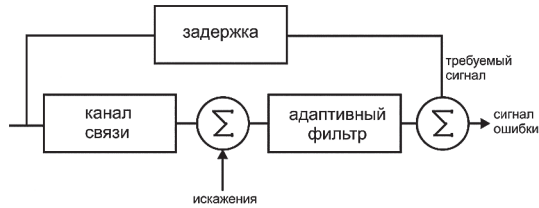


Рис. 1. Схема включения адаптивного фильтра в работу приемного комплекса

коэффициенты которого обеспечивают наименьшую среднеквадратическую ошибку между требуемым и выходным сигналами сумматора по сравнению с любыми другими значениями этих коэффициентов.

Задача расчета вектора оптимальных комплексных весовых коэффициентов адаптивного фильтра для классических алгоритмов сводится к нахождению минимума квадратичной функции вида:

$$E[e^2] = E[d_k^2] + \mathbf{W}^T \mathbf{R} \mathbf{W} - 2\mathbf{P}^T \mathbf{W}. \quad (1)$$

Рабочая функция (1) дает оптимальную оценку (т.е. несмещенную и с минимальной дисперсией), если ошибка в системе имеют гауссовское распределение.

При этом уравнение Винера-Хопфа (2) позволяет в общем случае найти оптимальный вектор весовых коэффициентов для (1) следующим образом:

$$\mathbf{W}^* = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}. \quad (2)$$

В уравнениях (1-2) используются следующие обозначения:

$E[...]$  – математическое ожидание случайной величины;

$e$  – значение ошибки;

$d_k$  – отсчет требуемого сигнала;

$\mathbf{W}$  – вектор весовых коэффициентов;

$\mathbf{R}$  – матрица взаимокорреляционных значений входных отсчетов сигнала;

$\mathbf{P}$  – матрица взаимокорреляционных значений входных отсчетов сигнала и требуемого сигнала.

Вектор весовых коэффициентов, определяемый уравнением (2), называется оптимальным винеровским решением, а фильтр с данными весовыми коэффициентами – оптимальным винеровским фильтром.

Наименьшая среднеквадратичная ошибка как функция весовых коэффициентов адаптивного фильтра представляет собой многомерный параболоид. Вычислительная сложность алгоритма поиска минимума этой

функции обусловлена сложностью оценки корреляционной матрицы входных сигналов линейного сумматора и её обращения. Поэтому методы поиска этого минимума обычно используют более простые процедуры, а именно градиентные, основанные на алгоритмах Ньютона или наискорейшего спуска, которые работают только с оценками минимизируемой функции стоимости.

На каждой итерации алгоритма Ньютона направление поиска минимума функции стоимости направлено точно на этот минимум. В алгоритме же наискорейшего спуска движение к минимуму осуществляется в направлениях, противоположных направлениям векторов градиента функции стоимости. Эти направления ортогональны касательным к линиям уровня.

Итерационный алгоритм для обновления значений вектора весовых коэффициентов для метода наискорейшего спуска может быть представлен в следующем виде:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + 2\mu(-\nabla_k), \quad (3)$$

где  $\mu$  – коэффициент, характеризующий скорость сходимости алгоритма,  $\nabla_k$  – вектор градиент.

Аналогичное выражение для алгоритма Ньютона записывается следующим образом:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \mu \mathbf{R}^{-1} \nabla_k. \quad (4)$$

На практике поиск (вычисление) весовых коэффициентов адаптивного фильтра выполняется с помощью упрощенной версии алгоритма наискорейшего спуска, которая называется LMS-алгоритмом. Подобно алгоритму наискорейшего спуска, LMS-алгоритм также является итерационным.

LMS-алгоритм поиска весовых коэффициентов адаптивного фильтра можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + 2\mu e_k \mathbf{X}_k, \quad (5)$$

Упрощенной версии алгоритма Ньютона соответствует класс RLS-алгоритмов адаптивной фильтрации. В наиболее простом случае выражения для классического RLS-алгоритма можно записать следующим образом:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \mathbf{K}_k e_k, \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{R}_{k-1}^{-1} \mathbf{X}_k}{\lambda + \mathbf{X}_k^T \mathbf{R}_{k-1}^{-1} \mathbf{X}_k}, \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_k^{-1} = \lambda^{-1} (\mathbf{R}_{k-1}^{-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{X}_k^T \mathbf{R}_{k-1}^{-1}). \quad (8)$$

В выражениях (7-8):  $\lambda$  – коэффициент забывания;  $\mathbf{K}_k$  – вектор усиления (указывают величину и направление коррекции весов).

Как видно из (5) и (6) для обоих алгоритмов на каждой итерации необходимо знать значение ошибки  $e$ :

$$e_k = d_k - y_k, \quad (9)$$

характеризующей разницу между требуемым сигналом ( $d_k$ ) и сигналом с выхода адаптивного фильтра ( $y_k$ ).

Классические адаптивные алгоритмы (LMS, RLS и их модификации) предполагают точную модель сигнала и шума, стационарность параметров сигнала и помехи, а также отсутствие выбросов в параметрах помехи. За последние годы в радиосреде резко возросла доля нестационарных и негауссовских возмущений, вызванных:

- массовым внедрением цифровых передатчиков с высокой плотностью спектра (5G, Wi-Fi, SDR-системы);
- активным использованием широкополосных и импульсных сигналов;
- намеренным радиопротиводействием (подавление, ложные сигналы, шумовые заграждения);

- отражениями и реверберацией в урбанизированной среде;
- переотражениями от беспилотных аппаратов, техники и дронов, создающих быстро меняющиеся мультипликативные помехи.

В военных и специальных приложениях радиосвязи ситуация осложняется ещё больше. Радиоканал подвержен воздействию умышленных активных помех, коротких импульсных воздействий, отражений от подвижных объектов (бронетехника, БПЛА, морские суда), а также нестандартных сред распространения (например, подповерхностная, тропосферная или подводная акустическая связь). В таких условиях вероятность выбросов и скачкообразных изменений амплитуды или фазы сигнала значительно выше.

Указанные возмущения нарушают базовые предпосылки классических фильтров, а именно стационарность и «гауссовость» шума. В результате квадратичная функция ошибки (1) становится чрезмерно чувствительной к выбросам, что приводит к деградации процесса адаптации [1,2].

В таблице 1 приведены возможные причины негауссовских искажений для различных диапазонов длин волн радиосигнала:

Таблица 1.

*Возможные причины негауссовских искажений для различных диапазонов длин волн радиосигнала*

Диапазон	Помеха/искажение	Характер помех/искажений
НЧ, СЧ (30кГц – 3МГц)	Промышленные импульсные помехи, работающие электродвигатели, инверторы, электросети.	Сильные, но редкие импульсные выбросы.
ДКМВ (3МГц – 30МГц)	Ионосферные возмущения, короткие замирания, грозовые разряды, отражения от плазменных слоев.	Интервальные выбросы, моделируются законами распределения параметров радиосигнала с «длинными хвостами», типа распределения Коши.
УКВ (30 – 300 МГц)	Отражения от подвижных объектов, переотражения в городской застройке; радиозлектронное подавление.	Нестационарная многолучевость, смещение фазы.
Дециметровые / сантиметровые (300 МГц – 3 ГГц)	Активные и пассивные радиопомехи, атмосферные эффекты, интермодуляция.	Смесь шума и квазидетерминированных возмущений.
Для каналов спутниковой связи	Замирания из-за дождя, влажности, движущихся объектов, резкие выбросы при осадках.	Неравномерное распределение ошибок по времени, наличие импульсных помех.

### Робастные алгоритмы адаптивной фильтрации

В реальных условиях шум часто имеет негауссовский характер (импульсный, цветной, коррелированный) из-за наличия атмосферных разрядов, промышленных и преднамеренных помех и других факторов, вследствие чего параметры канала меняются быстрее, чем адаптируется алгоритм. В связи с этим модель сигнала может быть неточной или неизвестной, могут присутствовать преднамеренные помехи, при которых стандартные методы функционируют неэффективно. Из-за неверной оценки значения ошибки (9), вызванной негауссовским возмущением, происходит нарушение алгоритма обновления вектора весовых коэффициентов, вследствие чего алгоритм может сходиться к неоптимальному решению или расходиться, возможны следующие негативные варианты сценариев развития процессов адаптации:

- 1) алгоритм делает слишком большие шаги для исправления большой ошибки, из-за чего значения весовых коэффициентов колеблются возле оптимального значения, не достигая его;
- 2) алгоритм делает слишком малые шаги, что приводит к медленной сходимости, превышающей, например, время стационарности канала связи или длительность приема пилот-сигнала (обучающей последовательности);
- 3) расхождение решения из-за положительной обратной связи в процессе обновления весовых коэффициентов (вследствие чего ошибка не минимизируется, а лавинообразно растет).

Для решения указанного спектра проблем в современной теории обработки сигналов используют различные подходы, в том числе методы, основанные на логической обработке сигналов [3], адаптивного взвешивания и режектирования, М-оценках [4] и некоторые другие. Одной из основных тенденций последних лет является более широкое использование алгоритмов, основанных на М-оценках из-за возросших вычислительных возможностей современных цифровых сигнальных процессоров. Преимуществом указанного подхода также является то, что М-оценки имеют под собой прочный теоретический фундамент, так как основываются на принципах максимального правдоподобия и робастной статистики и, как правило, имеют доказанные условия

оптимальности. Методы, основанные на М-статистике, используют неквадратичные рабочие функции (в общем случае отличные от (1)) робастных алгоритмов адаптивной фильтрации, наиболее известными из которых являются [1,2–5,6]:

- алгоритмы, основанные на оценке Хубера;
- алгоритмы, основанные на оценке Тьюки;
- алгоритмы, основанные на фильтрах с ограниченной областью допустимых ошибок (алгоритм Set-Membership Filtering-LMS (SMF-алгоритм)).

Рассмотрим итерационный алгоритм для обновления значений вектора весовых коэффициентов на примере LMS-алгоритма (5).

Для случаев робастных алгоритмов выражения для обновляемых векторов могут быть записаны в следующем виде:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \mu \psi(e_k) \mathbf{X}_k, \quad (10)$$

$$\psi(e_k) = \rho'(e_k), \quad (11)$$

где функция  $\psi(e)$  – функция влияния,  $\rho(e)$  – функция ошибки или функция потерь (выбираются в соответствии с критерием робастного алгоритма).

#### 1. Критерий Хубера (Huber loss).

Для критерия Хубера функция потерь выглядит следующим образом [7]:

$$\rho_1(e) = \frac{1}{2} e^2, |e| \leq \delta, \quad (12)$$

$$\rho_1(e) = \delta(|e| - \frac{1}{2}\delta), |e| > \delta, \quad (13)$$

где  $\delta$  – порог чувствительности.

В соответствии с этим функция влияния имеет вид:

$$\psi_1(e) = e, |e| \leq \delta, \quad (14)$$

$$\psi_1(e) = \delta \frac{e}{|e|}, |e| > \delta. \quad (15)$$

При использовании критерия Хубера рабочая функция ведет себя как обычная квадратичная (1) при малых ошибках (меньше порога чувствительности), при больших ошибках (больше порога чувствительности) – реализуется переход к линейной функции.

Критерий Хубера может быть адаптирован как для LMS (Huber-LMS), так и для RLS (Huber-RLS) алгоритмов. Данный критерий показывает высокую эффективность, когда в принимаемом сигнале присутствуют редкие выбросы, но основная часть шума близка к гауссовскому.



## 2. Функция Тьюки.

Функции потерь [8,9]:

$$\rho_2(e) = \frac{c^2}{6} [1 - (1 - (\frac{e}{\delta})^2)^3], |e| \leq \delta, \quad (16)$$

$$\rho_2(e) = \frac{c^2}{6}, |e| > \delta. \quad (17)$$

Соответствующая функция влияния:

$$\psi_2(e) = e(1 - (\frac{e}{\delta})^2), |e| \leq \delta, \quad (18)$$

$$\psi_2(e) = 0, |e| > \delta. \quad (19)$$

Функция Тьюки для малых ошибок работает как (1); для ошибок близких к пороговому значению ( $\delta$ ) вклад сильно снижается; для ошибок больше порогового значения – значения ошибок полностью игнорируются.

## 3. SMF-алгоритм.

В классическом LMS-алгоритме, обновление весовых коэффициентов реализуется на каждом шаге в SMF-алгоритме обновление выполняется только тогда, когда ошибки превышают заданное пороговое значение. Таким образом, фильтр состоит из множества допустимых решений и удерживает веса внутри него. Математически это выглядит следующим образом [10]:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \mu \frac{(|e_k| - \delta)}{\|\mathbf{X}_k\|^2} \mathbf{X}_k \text{sign}(e_k), |e_k| > \delta, \quad (20)$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k, |e_k| \leq \delta. \quad (21)$$

Данный способ позволяет существенно уменьшить количество вычислительных операций (благодаря тому, что весовые коэффициенты обновляются реже), позволяет ограничить разброс ошибки в пределах заданного порога. SMF-алгоритм хорошо зарекомендовал себя при коррелированных помехах для нестационарных каналов связи.

## Моделирование

Рассмотрим несколько вариантов негауссовских возмущений и эффективность рассмотренных алгоритмов адаптивной фильтрации.

### Вариант 1.

Адаптивный фильтр с четырьмя весовыми коэффициентами, истинные веса:

- $\mathbf{W}^* = [0.9, -0.6, 0.3, 0];$
- фоновый шум низкой интенсивности:  $N(0;0,12);$
- импульсные помехи имеют закон распределения Бернулли с  $p = 0,05$  со значениями коэффициента усиления амплитуд  $A = 50$  (97 выбросов из 2000 отсчетов).

Сравнивались следующие алгоритмы:

- LMS и RLS ( $\mu = 0,01; \lambda \approx 0,995$ );
- робастные алгоритмы: Huber-LMS, Tukey-LMS, SMF-алгоритм, Huber-RLS.

На рисунке 2 по оси Y – ошибка весов:  $\|w(n) - w^*\|^2$ , по оси X – количество итераций алгоритма.

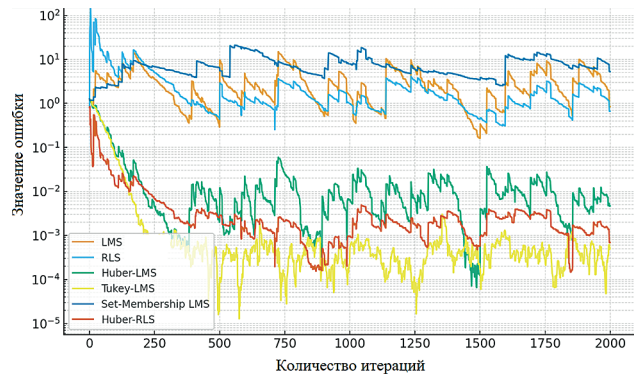


Рис. 2. Сравнение робастных алгоритмов адаптивной фильтрации с классическими (вариант 1)

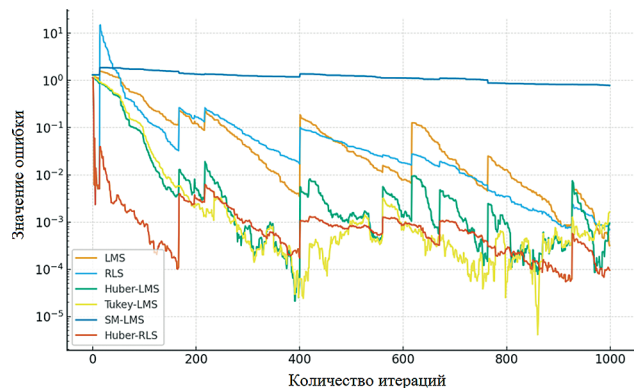


Рис. 3. Сравнение робастных алгоритмов адаптивной фильтрации с классическими (вариант 2)

Анализ рисунка 2 показывает – при прохождении импульсного выброса классические LMS и RLS-алгоритмы получают большие скачки (ошибки), как следствие их восстановление долгое и нестабильное. Робастные алгоритмы (особенно Tukey-LMS и Huber-RLS) остаются стабильными и сходятся к близким к истинному значению веса. SMF показал ступенчатое поведение, так как обновление происходит только при больших ошибках, его траектория ступенчатая. Значения финальных ошибок выглядят следующим образом: LMS: 0,8478; RLS: 0,6612; Huber-LMS: 0,0047; Tukey-LMS: 0,0005; SMF-алгоритм: 5,2809; Huber-RLS: 0,0007. Таким образом, при импульсном шуме классические LMS и RLS-алгоритмы

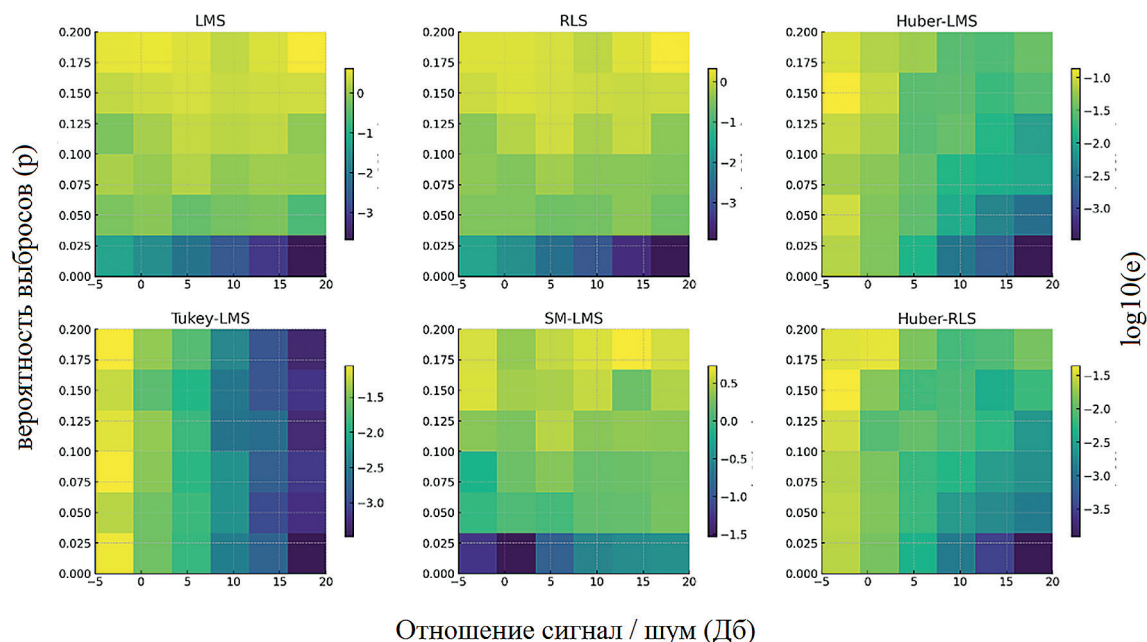


Рис. 4. Значение ошибок для различных алгоритмов адаптивной фильтрации при различных значениях сигнал/шум и вероятности выбросов ( $p$ )

являются самыми неэффективными (ошибка весов на порядки выше, чем у робастных алгоритмов); робастные подходы (Huber-LMS, Tukey-LMS, Huber-RLS) существенно улучшают стабильность и точность; SMF-алгоритм может быть использован при определенных настройках или когда есть ограничения по объемам вычислений.

#### Вариант 2.

Параметры для моделирования аналогичны варианту 1, за исключением того, что  $p = 0,01$ ;  $A = 100$  – то есть выбросы становятся более редкими, с большим значением амплитуды.

Как видно из рисунка 3, для данной конфигурации помеховой обстановки наименьшее значение финальной ошибки показывает Huber-RLS. При этом остальные робастные алгоритмы (за исключением SMF-алгоритма) показывают эффективность сопоставимую с классическими методами адаптивной фильтрации.

На рисунке 4 показаны результаты моделирования для различных вероятностей выбросов ( $p$ ) и различной шумовой обстановкой (отношении сигнал/шум) при постоянном значении амплитуды выброса  $A = 50$ . Анализ показывает, что RLS-алгоритм хорош только при малых значениях  $p$  (когда почти нет импульсных выбросов) и большом отношении сигнал/шум, но резко деградирует при росте

вероятности выбросов. Huber-RLS является более устойчивым, зона малой ошибки более широкая (особенно при уменьшении  $p$ ). Tukey-LMS почти не зависит от отношения сигнал/шум и при больших  $p$  эффективно борется с выбросами и дает устойчивый результат. LMS-алгоритм и SM-LMS деградируют с ростом  $p$ , но имеют при этом разную чувствительность, при этом SM-LMS алгоритм показал наиболее слабую стабильность. Huber-LMS дает лучший результат, чем LMS-алгоритм, но в большинстве случаев слабее Tukey-LMS.

#### Анализ результатов моделирования и постановка задачи исследования

Результаты моделирования показали, что робастные алгоритмы адаптивной фильтрации, основанные на неквадратичных функциях ошибки, позволяют повысить устойчивость систем адаптации к выбросам с негауссовским распределением. В отличие от классических подходов, они ограничивают вклад аномальных отсчетов в процесс обновления коэффициентов фильтра, сохраняя при этом эффективность в условиях гауссовского шума. Различные неквадратичные рабочие функции позволяют эффективно осуществить процесс адаптации с учетом воздействия определенного типа помех и при различной шумовой обстановке. Анализ рисунков 2–4 показывает, что для различных конфигураций

помех может оказаться более эффективным тот или иной алгоритм. Более того, если ошибку фиксировать в различные моменты времени, то даже в рамках одного варианта в различные моменты времени будут наиболее эффективные робастные алгоритмы, основанные на различных функциях ошибки. Ключевым практическим следствием «негауссовости» помех в радиоканалах является тот факт, что нет универсальной функции ошибки, оптимальной для всех типов помех. Учитывая разнообразие реальных помеховых сценариев, практическая необходимость заключается не в выборе одной «лучшей» функции ошибки заранее, а в синтезе и адаптации функции ошибки в реальном времени – на основе оценки статистического состояния помех. В таком случае возникает проблема синтеза и подбора как самих функций ошибок, так и их параметров, под произвольным образом заданные возмущения (либо их оценки) негауссовского типа. Таким образом, актуальной является задача синтеза структуры рабочей функции, позволяющей минимизировать среднюю ошибку адаптации под известную статистику о параметрах помехи.

Задача может быть сформулирована следующим образом: необходимо найти минимум математического ожидания квадрата нормы разности между значением вектора весовых коэффициентов и оптимальным вектором весовых коэффициентов

$$\min E \| \mathbf{W}_n - \mathbf{W}^* \|^2, \quad (22)$$

для LMS алгоритма адаптивной фильтрации:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \mu \mathbf{X}_k \psi(e_k); \quad (23)$$

RLS алгоритма адаптивной фильтрации:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \mathbf{K}_k \psi(e_k), \quad (24)$$

функция влияния задается в виде кусочно-заданной функции следующего вида:

$$\begin{cases} \psi_1(e_k) = f(e_k, a_{11} \dots a_{1p}), 0 \leq |e_k| < b_1; \\ \psi_2(e_k) = f(e_k, a_{21} \dots a_{2p}), b_1 \leq |e_k| < b_2; \\ \dots \\ \psi_m(e_k) = f(e_k, a_{m1} \dots a_{mp}), b_{m-1} \leq |e_k| < b_m, \end{cases} \quad (25)$$

где  $\Psi$  – сегменты функции,  $a$  – некоторые параметры сегментов функции.

В ходе решения оптимизационной задачи (22–25) необходимо найти  $m$  – оптимальное количество сегментов функций;  $b_1 \dots b_m$  – оптимальные границы сегментов функций;

$\Psi_1 - \Psi_m$  – оптимальный вид сегментов функции и их параметры  $a$ . При этом множество  $m$  является ограниченным и счетным, а искомая кусочно-заданная функция влияния является оптимальной для известной статистики (оценки плотности распределения) помехи негауссовского типа. Для решения указанной задачи предполагается использование методов комбинаторного поиска оптимальных функций и методов выпуклой оптимизации [11,12].

В ходе решения указанной оптимизационной задачи предполагается получение известных алгоритмов адаптивной фильтрации как частных случаев решения, с учетом ошибки аппроксимации кусочно-заданной функции. Ограничениями при решении задачи (22–25) являются обеспечение непрерывности, дифференцируемости и унимодальности соответствующей функции ошибки. Наличие указанных ограничений обеспечит возможность ее использования в рамках градиентных LMS и RLS-алгоритмов. Также одним из важных методологических принципов при формировании функции влияния является возможность ее получение за ограниченное время (например, за время, не превышающее время стационарности канала связи).

Решение указанной оптимизационной задачи позволит сформировать контур мета-адаптации, когда помимо обновления вектора весовых коэффициентов (при обработке каждой очередной обучающей последовательности), будет реализовано адаптивное (под накопленную статистику о помехах) формирование структуры кусочно-заданной функции влияния. При этом формирование функции указанной структуры, где каждый из сегментов может быть выбран оптимальным образом из ограниченного числа функций, будет обеспечивать наличие ограничения вычислительной сложности, обеспечивая решение (22–25) либо в масштабе реального времени, либо в масштабе времени, близкому к реальному.

Предполагаемым основным техническим вариантом реализации указанного метода является получение оценки плотности распределения ошибки за счет уже обработанных пилот-сигналов с последующим накоплением информации и уточнением оценки, при этом предполагается использования временного окна с актуальной статистикой в соответствии со временем стационарности канала связи. Очевидно, что по ограниченной статистической выборке (на этапе начала радио-

обмена) оценка плотности распределения ошибки будет неточна. Попытка синтезировать многосегментную функцию ошибки приведет к возможной нестабильности функционирования адаптивного фильтра, в связи с этим на начальных этапах предполагается использование либо классических алгоритмов адаптивной фильтрации, либо универсальных робастных функций (10–21). По мере роста статистики и повышения достоверности и точности оценки планируется переход к кусочно-заданным функциям (25) с возможностью адаптации пороговых границ сегментов, изменения наклонов и формы отдельных сегментов, а также добавления (удаления) сегментов на основе накопленной информации. Ограничителем по сложности формирования функции ошибки (25) будет являться время стационарности радиоканала. Так, в установленном режиме (при ведении радиообмена) предполагается использование фиксированного либо скользящего окна актуальных

статистических данных (что естественным образом будет ограничивать количество сегментов функции влияния).

### Выводы

На основе проведенных исследований была выявлена проблема выбора неквадратичной рабочей функции для робастного алгоритма адаптивной фильтрации радиосигнала при различных типах возмущений негауссовского типа в канале связи. Для решения указанной проблемы предложено реализовать контур мета-адаптации, в котором помимо вычисления и обновления вектора весовых коэффициентов будет реализовано адаптивное формирование структуры кусочно-заданной функции влияния (25) под накопленную и обновляемую статистику о помехах. Решение данной проблемы в перспективе позволит существенно увеличить помехозащищенность систем связи, функционирующих в условиях сложной помеховой обстановки.

### Литература

1. Wang M., He H., Chen J. A family of robust low-complexity adaptive filtering algorithms for active control of impulsive noise // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2025. Vol. 205.
2. Yu Y., Huang Z., He H., Zakharov Yu., de Lamare R. C. Sparsity-Aware Robust Normalized Subband Adaptive Filter for Nonstationary Radio Environments // *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2022. Vol. 70. Pp. 7092–7106.
3. Попов Д. Н. Робастные алгоритмы режектирования пассивных помех // *Цифровая обработка сигналов*. 2021. № 2. С. 37–41.
4. Мищенко С. Е., Шацкий Н. В. Метод подавления импульсных помех в адаптивной антенной решетке с логической обработкой сигналов // *Журнал радиоэлектроники*. 2023. № 6.
5. Moreno-Korn M. A., Guzman-Vargas L., Rangel-Magdaleno J. D., Krenzel O., de Lamare R. C. Robust and Sparse Adaptive Filtering Algorithms: A Review // *Signal Processing*. 2023. Vol. 189.
6. Liu F., Peng K., Wang R., Tian Y. Robust Adaptive Filtering Algorithms in Wireless Communications: A Comprehensive Survey // *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2021. Vol. 23, no. 2. Pp. 675–703.
7. Wang S., Li H., Zhang Y. Robust Huber M-estimator based adaptive filtering algorithm for impulsive noise suppression in wireless communications // *IEEE Communications Letters*. 2023. Vol. 27, no. 4. Pp. 958–962.
8. Lu L., Yu Y., de Lamare R. C., Yang X. Tukey's biweight M-estimate conjugate gradient algorithm for system identification in impulsive noise environments // *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2022. Vol. 70. Pp. 2345–2356.
9. Lu L., Yu Y., de Lamare R. C., Yang X. Conjugate Gradient Adaptive Learning with Tukey's Biweight M-Estimate // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2023. – Vol. 71. – P. 2771–2785.
10. Zerouali M., Djendi M. A New Subband Set-Membership Fast Normalized Least Mean Square (SB-SM-FNLMS) Adaptive Algorithm // *Circuits, Systems, and Signal Processing*. 2024. Vol. 43, no. 5. Pp. 567–584.
11. Shen Y., Sun Y., Li X., Eberhard A., Ernst A. Adaptive Solution Prediction for Combinatorial Optimization // *European Journal of Operational Research*. 2023. Vol. 312, no. 1. Pp. 100–115.
12. Heuberger C. Inverse Combinatorial Optimization: A Survey on Problems, Methods and Results // *European Journal of Operational Research*. 2022. Vol. 300, no. 3. Pp. 805–815.



# THE PROBLEM OF CHOOSING A NON-QUADRATIC OPERATING FUNCTION FOR A ROBUST ALGORITHM FOR ADAPTIVE FILTERING OF A RADIO SIGNAL

Tsymbal V. A.<sup>4</sup>, Mokrinsky D. V.<sup>5</sup>, Toiskin V. E.<sup>6</sup>

**Keywords:** communication channel, error function, non-Gaussian distribution, impulse interference, RLS algorithm, LMS algorithm, Huber test, Tukey function.

## Abstract

**The purpose of the work** is to analyze the quality of functioning of robust adaptive filtering algorithms under various interference conditions.

**The method of research** is numerical modeling of adaptation processes at different signal-to-noise ratios, as well as different intensity of the impact of impulse interference on the radio signal.

**Based** on the results of the simulation, the problem of choosing a non-quadratic operating function for a robust algorithm for adaptive filtering of a radio signal under various types of non-Gaussian perturbations in a communication channel was revealed. based on the assessment of the statistical state of interference. A piecewise structure of the error function was proposed, and an optimization problem for finding the parameters of this function was formulated. The article indicates the limitations and features of the technical implementation of the proposed adaptation method. The key idea is the possibility of creating a meta-adapted system in which, in addition to calculating the vector of weight coefficients (when processing each next training sequence), adaptive (based on the accumulated statistics on interference) formation of the structure of a piecewise specified error function will be implemented.

**The scientific novelty** lies in the formulation of the research problem, in which, in contrast to the known methods of adaptive filtering, it is proposed to implement the formation of a piecewise given error function for the accumulated statistics on the interference situation in the meta-adaptation loop of the digital receiving complex, using combinatorial optimization methods.

## References

1. Wang M., He H., Chen J. A family of robust low-complexity adaptive filtering algorithms for active control of impulsive noise // Mechanical Systems and Signal Processing. 2025. Vol. 205
2. Yu Y., Huang Z., He H., Zakharov Yu., de Lamare R.C. Sparsity-Aware Robust Normalized Subband Adaptive Filter for Nonstationary Radio Environments // IEEE Transactions on Signal Processing. 2022. Vol. 70. Pp. 7092–7106.
3. Popov D. N. Robastnye algoritmy rezhektirovaniya passivnyh pomeh // Cifrovaja obrabotka signalov. 2021. № 2. S. 37–41.
4. Mishhenko S. E., Shackij N. V. Metod podavleniya impul'snyh pomeh v adaptivnoj antennoj reshetke s logicheskoy obrabotkoy signalov // Zhurnal radioelektroniki. 2023. № 6.
5. Moreno-Korn M. A., Guzman-Vargas L., Rangel-Magdaleno J. D., Krenzel O., de Lamare R. C. Robust and Sparse Adaptive Filtering Algorithms: A Review // Signal Processing. 2023. Vol. 189.
6. Liu F., Peng K., Wang R., Tian Y. Robust Adaptive Filtering Algorithms in Wireless Communications: A Comprehensive Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2021. Vol. 23, no. 2. Pp. 675–703.
7. Wang S., Li H., Zhang Y. Robust Huber M-estimator based adaptive filtering algorithm for impulsive noise suppression in wireless communications // IEEE Communications Letters. 2023. Vol. 27, no. 4. Pp. 958–962.
8. Lu L., Yu Y., de Lamare R. C., Yang X. Tukey's biweight M-estimate conjugate gradient algorithm for system identification in impulsive noise environments // IEEE Transactions on Signal Processing. 2022. Vol. 70. Pp. 2345–2356.
9. Lu L., Yu Y., de Lamare R. C., Yang X. Conjugate Gradient Adaptive Learning with Tukey's Biweight M-Estimate // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2023. – Vol. 71. – P. 2771–2785.

4 Vladimir A. Tsymbal, Honored Scientist of the Russian Federation, Dr.Sc. of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Automated Control Systems of the Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces, Serpukhov, Russia. E-mail: tsimbalva@mail.ru

5 Dmitry V. Mokrinsky, Ph.D. of Technical Sciences, doctoral student of the branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces, Serpukhov, Russia. E-mail: dmitrimokrinski1991@mail.ru

6 Vasily E. Toiskin, Dr.Sc. of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Automated Control Systems of the Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces, Serpukhov, Russia. E-mail: vetoiskin@mail.ru

10. Zerouali M., Djendi M. A New Subband Set-Membership Fast Normalized Least Mean Square (SB-SM-FNLMS) Adaptive Algorithm // *Circuits, Systems, and Signal Processing*. 2024. Vol. 43, no. 5. Pp. 567–584.
11. Shen Y., Sun Y., Li X., Eberhard A., Ernst A. Adaptive Solution Prediction for Combinatorial Optimization // *European Journal of Operational Research*. 2023. Vol. 312, no. 1. Pp. 100–115.
12. Heuberger C. Inverse Combinatorial Optimization: A Survey on Problems, Methods and Results // *European Journal of Operational Research*. 2022. Vol. 300, no. 3. Pp. 805–815.

