

# ПОСТРОЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СТРУКТУР СЕТЕЙ СВЯЗИ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Горай И. И.<sup>1</sup>, Грибанов Е. В.<sup>2</sup>, Калайтанова Е. В.<sup>3</sup>

DOI:10.21681/3034-4050-2025-6-13-19

**Ключевые слова:** рациональная структура, Гамильтонов граф, независимый маршрут, узел сети, ребро сети, типизация.

## Аннотация

**Цель работы** состоит в разработке методического аппарата построения рациональной Гамильтоновой структуры сети с нечетным числом узлов  $N$ .

**Метод исследования:** метод структурной оптимизации.

**Результаты исследования:** исследование позволило разработать универсальный методический аппарат построения рациональных Гамильтоновых структур сетей с нечетным числом узлов  $N$ , по критерию минимального расхода линейных средств, необходимых для построения структуры, и одновременным повышением параметра структурной живучести. Минимизация линейных средств достигается применением метода структурной оптимизации при построении структуры, а повышение живучести – за счет высоких структурных параметров узловой и реберной связности, а также наличием между каждой парой узлов структуры трех независимых маршрутов.

**Научная новизна:** разработан методический аппарат построения рациональных Гамильтоновых структур сетей с минимальным расходом линейных средств, необходимых для построения структуры, и одновременным повышением параметра структурной живучести.

## Введение

Основой любой современной сети связи является ее структура, обеспечивающая формирование наиболее важных параметров сети (устойчивость, пропускная способность и др.). Задача построения структуры сети связи всегда противоречива: так как с одной стороны ее стремятся сделать более устойчивой, а с другой – минимизировать расходы на ее построение.

Для решения этого противоречия был разработан методический аппарат, позволяющий синтезировать линейку Гамильтоновых структур сетей, с параметрами, необходимыми для бесперебойного функционирования системы связи [1–6].

## Постановка задачи

Проведение исследований показало, что для целей построения сетей связи лучшими по расходу линейных средств и структурным параметрам, можно считать Гамильтонов регулярный граф и его модификацию (рис. 1, 2). Поэтому необходимо разработать

методический аппарат построения рациональной Гамильтоновой структуры сети с нечетным количеством узлов  $N$  методом модификации Гамильтонова регулярного графа.

Методика построения рациональной структуры сети на основе Гамильтонова регулярно графа (рис. 1) изложена в [7, С. 127–132].

Структура (рис. 1) является Гамильтоновым регулярным графом и предназначена для построения сетей с четным количеством узлов  $N$ .

Она обладает следующими особенностями:

1. Меньшим расходом линейных средств по сравнению со всеми остальными Гамильтоновыми структурами, так как содержит на восемь ребер меньше и меньшей длиной независимых маршрутов между любой парой узлов, чем любая другая рациональная структура, построенная на той же узловой основе.
2. Высокими структурными параметрами: узловой и реберный коэффициенты связности сети  $k_{св\ p} = 4$ ,  $k_{св\ уз} = 4$ ; тремя независимыми маршрутами (НМ) между всеми парами узлов.

<sup>1</sup> Горай Иван Иванович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры военных систем многоканальной электропроводной и оптической связи Военной академии связи, г. Санкт-Петербург, Россия. E-mail: Lenok.Lesik-13@yandex.ru

<sup>2</sup> Грибанов Евгений Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры средств и систем передачи и обработки информации Краснодарского высшего военного училища имени генерала армии С. М. Штеменко, г. Краснодар, Россия. E-mail: jonoton@mail.ru

<sup>3</sup> Калайтанова Елена Владимировна, преподаватель кафедры военных систем многоканальной электропроводной и оптической связи Военной академии связи, г. Санкт-Петербург, Россия. E-mail: Lenok.Lesik-13@yandex.ru

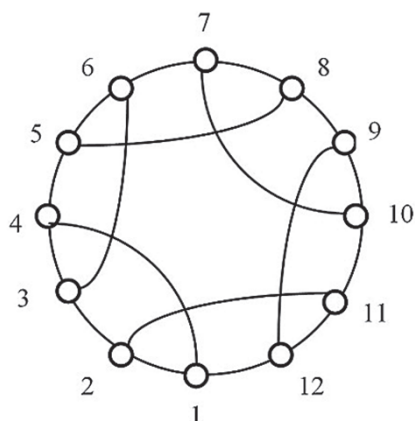


Рис. 1. Гамильтонов регулярный граф

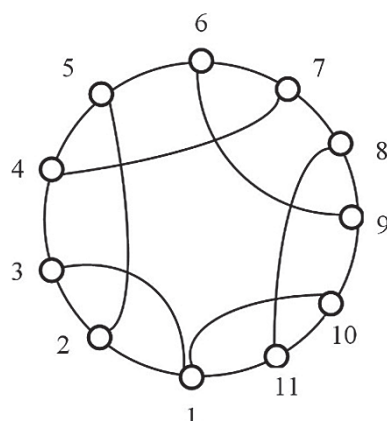


Рис. 2. Модификация Гамильтонова регулярного графа

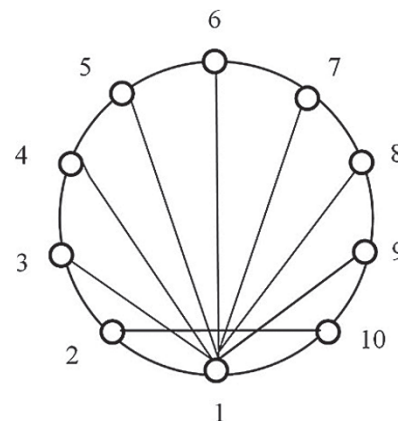


Рис. 3. Рациональная структура сети

3. Высокой живучестью сети по сравнению с другими рациональными структурами. Объясняется это тем, что все маршруты являются более короткими, за счет уменьшения в их составе числа узлов. Так, сравнение сетей (рис. 1–3) показывает, что число узлов в наиболее длинном маршруте в структуре (рис. 3) равно 10 [8, С. 71–79], а в структурах (рис. 1, 2) – 6. Причем, длины маршрутов существенно короче (табл. 1).

Приведем перечень маршрутов между узлом 1 и всеми остальными узлами структуры сети (рис. 1) и указаны узлы, которые не участвуют в формировании данных направлений связи (табл. 1).

4. Высокий уровень типизации узлов, ребер и параметров сети, что снижает время восстановления сети и упрощает процессы восстановления [9, С. 730–735].

Недостатком структуры сети (см. рис. 1) является то, что она может быть построена только при четном числе задаваемых узлов сети  $N$ .

В предлагаемой работе синтезирована структура методом структурной оптимизации путем модификации регулярного Гамильтонова графа (см. рис. 2), которая позволяет осуществить решение задачи построения структуры сети с нечетным количеством узлов  $N$ . Структура остается Гамильтоновой, но нарушение ее регулярности приводит к уменьшению узловой связности с четырех узлов до трех ( $k_{св\ уз} = 3$ ), что незначительно, влияет на параметр структурной связности. Число НМ между всеми парами узлов сохраняется, равным трем ( $\pi_{\Sigma ij} = 3$ ). Приведем ниже методику построения рациональной

структуры сети на основе Гамильтонова графа с нечетным числом узлов (см. рис. 2).

Исходными данными методики являются:

1. Совокупность узлов  $N_i, i = \{1, N\}$ .
2. Расстояния между всеми парами узлов множества  $N_i, l_{ij}, i, j = \{1, N\}, i \neq j$ , записанные в виде матрицы расстояний  $|L|$ :

Требуется построить рациональную структуру сети ( $S_{рез} = \Sigma L_{ГЦ} + \Sigma L_{реб} = \min$ , где  $\Sigma L_{ГЦ}$  – суммарная длина ребер кольцевой подструктуры сети;  $\Sigma L_{реб}$  – суммарная длина внутренних ребер).

Шаги методики:

1. Используя матрицу  $|L|$ , алгоритм и программу «Коммивояжер», определить кольцевую подструктуру сети (Гамильтонов цикл (ГЦ)) [10].
2. Ввести в ГЦ ребра таким образом, чтобы каждое ребро соединяло два узла, между которыми размещены два других, а узел 1 соединялся с двумя узлами ребрами через один узел (см. рис. 2). Степень вершин в этом случае равна трем ( $b = 3$ ), за исключением узла 1, у которого она будет равна четырем ( $b = 4$ ).
3. Определить суммарную длину ребер структуры  $S_1 = \Sigma L_{ГЦ} + \Sigma L_{реб}$ .
4. Поскольку структура сети нерегулярна, то ее рациональность достигается методом структурной оптимизации, которая заключается в повороте образованной структуры (всех подключений) на один узел по «следу» кольцевой подструктуры подсети (рис. 4).
5. Выполнить пп. 3, 4. и т.д. Алгоритм заканчивает работу, если определены суммы всех длин ребер в каждой из  $N$  вариантов структуры сети ( $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{N-1}, S_N$ ).

Таблица 1.

Перечень маршрутов между узлом 1 и всеми остальными узлами сети

Маршруты от узла 1 до всех других узлов сети (три НМ)	Узлы, которые не участвуют в формировании НМ	Маршруты от узла 1 до всех других узлов сети (три НМ)	Узлы, которые не участвуют в формировании НМ
Между 1 и 2 узлами		Между 1 и 7 узлами	
1-2	4,7,8	1-3-4-7	9,10
1-3-2		1-2-5-6-7	
1-10-9-6-5-2		1-11-8-7	
Между 1 и 3 узлами		Между 1 и 8 узлами	
1-3	5,6,9,10	1-11-8	2,5,6
1-2-3		1-10-9-8	
1-11-8-7-4-3		1-3-4-7-8	
Между 1 и 4 узлами		Между 1 и 9 узлами	
1-3-4	6,9,10	1-10-9	3,4,7
1-2-5-4		1-11-8-9	
1-11-8-7-4		1-2-5-6-9	
Между 1 и 5 узлами		Между 1 и 10 узлами	
1-2-5	7,8,11	1-10	3,4,7,8
1-3-4-5		1-11-10	
1-10-9-6-5		1-2-5-6-9-10	
Между 1 и 6 узлами		Между 1 и 11 узлами	
1-2-5-6	8,11	1-11	2,5,6,9
1-3-4-7-6		1-10-11	
1-10-9-6		1-3-4-7-8-11	

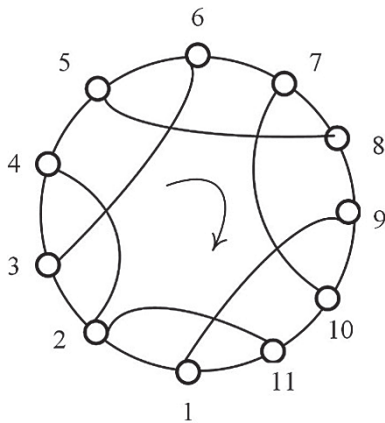


Рис. 4. Пример перебора вариантов подключений ребер

6. Рациональной структурой сети на основе Гамильтонова графа, построенной на заданной узловой основе, будет структура, для которой справедливо  $S_{\text{рез}} = \min$ .

Для наглядности приведем пример построения структур сети на основе Гамильтонова графа  $N = 15$ , после чего выполним сравнение расхода линейных средств, необходимых для

построения структур, их структурных параметров и вероятностей выживания типовых направлений связи (НС) сетей.

Для заданной узловой основы сформируем матрицу расстояний  $|L|$  (рис. 5).

Используя матрицу расстояний, алгоритм и программу «Коммивояжер», определим ГЦ. Произведя численные расчеты, получим:  $\sum_{i=1}^{15} L_{\text{ГЦ}} = 640 \text{ км} = \min$ .

Для построения рациональной структуры сети необходимо ввести в ГЦ ребра, используя метод структурной оптимизации, и определить минимальную суммарную длину ребер структуры. Численные расчеты показали, что искомый результат следующий:  $S_1 = 1365 \text{ км}$  (рис. 6).

Для построения структуры (см. рис. 3) используется метод суперпозиции, предполагающий объединение рациональных кольцевой и радиально-узловой (РУ) структур и введение дополнительного ребра [2, 11]. Проведя численные расчеты, получим:  $S_2 = 1645 \text{ км}$  (рис. 7).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	$\sum_{i=1}^{15} L_{\text{рус}}$
1	0	35	40	80	70	120	170	140	165	180	120	125	85	50	105	1485
2	35	0	55	35	60	85	135	100	120	135	75	85	50	20	90	1080
3	40	55	0	80	35	90	140	125	165	190	125	150	115	85	150	1545
4	80	35	80	0	65	60	100	55	80	100	40	65	50	50	105	<b>965</b>
5	70	60	35	65	0	50	100	95	135	175	100	135	115	90	160	1385
6	120	85	90	60	50	0	45	45	95	135	70	120	120	110	170	1315
7	120	135	140	100	100	45	0	50	95	145	95	145	155	155	210	1840
8	140	100	125	55	95	45	50	0	45	90	40	90	100	115	150	1240
9	165	120	165	80	135	95	95	45	0	40	35	65	100	120	145	1405
10	180	135	190	100	175	135	145	90	40	0	60	50	95	125	130	1650
11	120	75	125	40	100	70	95	40	35	60	0	45	60	80	115	1060
12	125	85	150	65	135	120	145	90	65	50	45	0	40	70	75	1125
13	85	50	115	50	115	120	155	100	100	95	60	40	0	30	45	1160
14	50	20	85	50	90	110	155	115	120	125	80	70	30	0	60	1160
15	105	90	150	105	160	170	210	150	145	130	115	75	45	60	0	1710

Рис. 5. Матрица расстояний между узлами

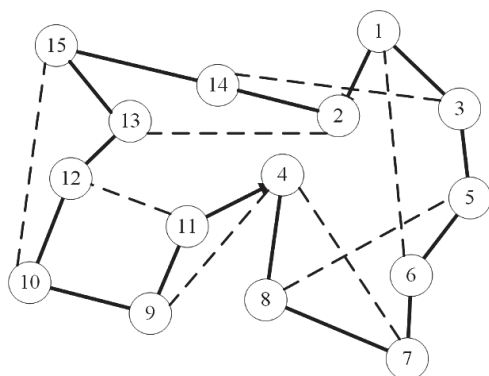


Рис. 6. Рациональная структура на основе модификации Гамильтонова регулярного графа

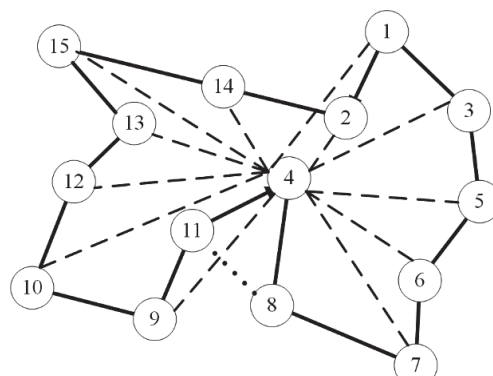


Рис. 7. Рациональная структура на основе объединения рациональных кольцевой и РУ структур

Таблица 2.

Типовые НС для проведения расчетов вероятности их выживания

Направление связи	Три независимых маршрута	
	Рациональная структура на основе модификации Гамильтонова регулярного графа (рис. 6)	Рациональная структура на основе объединения рациональных кольцевой и РУ структур (рис. 7)
$\pi_{11-8}$	11-4-8 11-12-13-2-1-6-7-8 11-9-10-15-14-3-5-8	11-8 11-4-8 11-9-10-12-13-15-14-2-1-3-5-6-7-8
$\pi_{12-5}$	12-11-4-8-5 12-13-2-1-6-5 12-10-15-14-3-5	12-4-3 12-13-15-14-2-1-3 12-10-9-11-8-7-6-5-3
$\pi_{13-2}$	13-2 13-15-14-2 13-12-11-4-7-6-1-2	13-4-2 13-15-14-2 13-12-10-9-11-8-7-6-5-3-1-2

Таблица 3.

Значение вероятности выживания типовых НС

НС	Вероятность выживания элемента, $P_{э}=0,7$		Вероятность выживания элемента, $P_{э}=0,85$		Вероятность выживания элемента, $P_{э}=0,95$	
	Вероятность выживания НС сети (рис. 6)	Вероятность выживания НС сети (рис. 7)	Вероятность выживания НС сети (рис. 6)	Вероятность выживания НС сети (рис. 7)	Вероятность выживания НС сети (рис. 6)	Вероятность выживания НС сети (рис. 7)
$\pi_{11-8}$	0,848	0,571	0,963	0,872	0,998	0,991
$\pi_{12-5}$	0,876	0,474	0,874	0,852	0,991	0,991
$\pi_{13-2}$	0,672	0,819	0,911	0,961	0,994	0,998

Структурные параметры структур (рис. 6, 7) будут одинаковыми:

- узловой и реберный коэффициенты связности сети  $k_{св р} \geq 4, k_{св уз} = 3$ ;
- три НМ между всеми парами узлов.

Оценку живучести сетей проведем по параметру вероятности выживания соответствующих типовых НС. Для этого определим три НС в каждой сети (см. рис 6, 7, табл. 2).

Расчет выживания НС производим по методике, описанной в [9, С. 730-735]. Численный расчет приведен в таблице 3.

Из приведенного сравнения структур следует, что структурные параметры их одинаковы. Вероятность выживания типовых НС, примерно, одинакова (табл. 3), но в формировании трех НМ в структуре на основе модификации Гамильтонова регулярного графа (см. рис. 6) участвуют не все узлы структуры (см. табл. 1), в отличие от структуры на основе объединения рациональных кольцевой и РУ структур (см. рис. 7), где в формировании

маршрутов задействованы все узлы. Разница ощутима в расходе линейных средств, необходимых на построение структур сети – на построение структуры на основе модификации Гамильтонова регулярного графа (см. рис. 6) он на 280 км меньше.

### Вывод

Таким образом, в предложенной работе приведен разработанный методический аппарат построения рациональных структур сетей связи на основе модификации Гамильтонова регулярного графа, а также выполнен сравнительный анализ по расходу линейных средств, структурным параметрам и вероятности выживания типовых НС полученной структуры и структуры на основе объединения рациональных кольцевой и РУ структур.

Практическое подтверждение и достоверность разработанного методического аппарата подтверждается патентом на изобретение и свидетельством о регистрации программы для ЭВМ [6;11].

### Литература

1. Горай И. И. Синтез адаптивных сетей / И. И. Горай, Д. А. Журавлев, С. Ф. Буцев // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2022. – № 3. – С. 339–347.
2. Горай И. И. Оптимальное построение адаптивных сетей связи / И. И. Горай, Д. А. Журавлев, Е. В. Калайтanova // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2022. – № 12. – С. 313–322.
3. Методика оптимального построения многокольцевых структур сетей связи специального назначения / И. И. Горай, Д. А. Журавлев, Е. В. Калайтanova // Сборник трудов Военной академии связи. 2022. № 120. 2022 – 423 с., с. 91–97.
4. Методика оптимального построения разветвленной радиально-узловой сети (древовидной) / И. И. Горай, Д. А. Журавлев, Е. В. Калайтanova // Сборник трудов Военной академии связи. 2022. № 120. 2022. – 423 с., с. 211–217.

5. Обобщенный подход к моделированию устойчивой структуры оптической транспортной сети связи / С. А. Ясинский, В. М. Соколов, Е. В. Калайтанова [и др.] // Информация и космос. – 2024. – № 3. – С. 13–18.
6. Патент № 2836044 С1 Российская Федерация. Способ проектирования структуры волоконно-оптической сети связи: заявл. 17.06.2024: опубл. 11.03.2025 / И. И. Горай, Д. А. Журавлев, Е. В. Калайтанова, А. А. Муравцов; заявитель Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменная академия связи имени Маршала Советского Союза С. М. Буденного» Министерства обороны Российской Федерации.
7. Адаптированные сети на основе Гамильтонова регулярного графа / Д. А. Буравцова, И. И. Горай, Д. А. Журавлев // Сборник трудов Военной академии связи. 2024. № 125. 2024 – 367 с., с. 127–132.
8. Маршрутизация и связность в адаптивных сетях связи / И. И. Горай, Д. А. Журавлев, Е. В. Калайтанова // Сборник трудов Военной академии связи, 2023. № 121.– 318 с., с. 71–79.
9. Оценка живучести адаптивной сети связи / С. Ф. Буцев, И. И. Горай, Д. А. Журавлев, Е. В. Калайтанова // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2023): Сборник научных статей XII Международной научно-технической и научно-методической конференции: в 4 т., Санкт-Петербург, 28 февраля – 01 марта 2023 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. 2023. – С. 730–735.
10. М. Гэри, Д. Джонсон / Вычислительные машины и труднорешаемые задачи // М.: Мир, 1982.
11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024617627 Российская Федерация. Программное средство для построения оптимальной структуры транспортной сети связи: № 2024616308: заявл. 26.03.2024: опубл. 03.04.2024 / Е. В. Калайтанова.

## CONSTRUCTION OF RATIONAL HAMILTONIAN STRUCTURES OF SPECIAL-PURPOSE COMMUNICATION NETWORKS

Горай И. И.<sup>4</sup>, Грибанов Е. В.<sup>5</sup>, Калайтанова Е. В.<sup>6</sup>

**Keywords:** rational structure, Hamiltonian graph, independent route, network node, network edge, typing.

### Abstract

**The purpose of the work** is to develop a methodological apparatus for constructing a rational Hamiltonian structure of a network with an odd number of nodes  $N$ .

**Research method:** structural optimization method.

**Results:** the study made it possible to develop a universal methodological apparatus for constructing rational Hamiltonian structures of networks with an odd number of nodes  $N$ , according to the criterion of the minimum consumption of linear means necessary for the construction of the structure, and the simultaneous increase in the structural survivability parameter. Minimization of linear means is achieved by the use of the method of structural optimization in the construction of the structure, and the increase in survivability is achieved due to high structural parameters of nodal and rib connectivity, as well as the presence of three independent routes between each pair of nodes of the structure.

**Scientific novelty:** the author develops a methodological apparatus for constructing rational Hamiltonian structures of networks with the minimum consumption of linear means necessary for the construction of the structure, and a simultaneous increase in the structural survivability parameter.

### References

1. Goraj I. I. Sintez adaptivnyh setej / I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev, S. F. Bucev // Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki. – 2022. – № 3. – С. 339–347.

4 Ivan I. Goraj, Ph.D. of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Military Systems of Multichannel Electrically Conductive and Optical Communications, Military Academy of communications, St. Petersburg, Russia. E-mail: Lenok.Lesik-13@yandex.ru

5 Evgeny V. Gribanov, Ph.D. of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Means and Systems for Transmission and Processing of Information of the Krasnodar Higher Military School named after General of the Army S.M. Shtemenko, Krasnodar, Russia. E-mail: jonoton@mail.ru

6 Elena V. Kalaitanova, Lecturer, Department of Military Systems of Multichannel Electrical Wire and Optical Communications, Military Academy of Communications, St. Petersburg, Russia. E-mail: Lenok.Lesik-13@yandex.ru

2. Goraj I. I. Optimal'noe postroenie adaptivnyh setej svjazi / I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev, E. V. Kalajtanova // Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki. – 2022. – № 12. – S. 313–322.
3. Metodika optimal'nogo postroenija mnogokol'cevyh struktur setej svjazi special'nogo naznachenija / I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev, E. V. Kalajtanova // Sbornik trudov Voennoj akademii svjazi. 2022. № 120. 2022 – 423 s., c. 91–97.
4. Metodika optimal'nogo postroenija razvetvlennoj radial'no-uzlovoj seti (drevovidnoj) / I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev, E. V. Kalajtanova // Sbornik trudov Voennoj akademii svjazi. 2022. № 120. 2022. – 423 s., c. 211–217.
5. Obobshhennyj podhod k modelirovaniju ustojchivoj struktury opticheskoj transportnoj seti svjazi / S. A. Jasinskij, V. M. Sokolov, E. V. Kalajtanova [i dr.] // Informacija i kosmos. – 2024. – № 3. – S. 13–18.
6. Patent № 2836044 C1 Rossijskaja Federacija. Sposob proektirovanija struktury volokonno-opticheskoj seti svjazi: zajavl. 17.06.2024: opubl. 11.03.2025 / I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev, E. V. Kalajtanova, A. A. Muravcov; zajavitel' Federal'noe gosudarstvennoe kazennoe voennoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovanija «Voennaja ordenov Zhukova i Lenina Krasnoznamennaja akademija svjazi imeni Marshala Sovetskogo Sojuza S. M. Budennogo» Ministerstva oborony Rossijskoj Federacii.
7. Adaptirovannye seti na osnove Gamil'tonova reguljarnogo grafa / D. A. Buravcova, I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev // Sbornik trudov Voennoj akademii svjazi. 2024. № 125. 2024 – 367 s., c. 127–132.
8. Marshrutizacija i svjaznost' v adaptivnyh setjah svjazi / I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev, E. V. Kalajtanova // Sbornik trudov Voennoj akademii svjazi, 2023. № 121.– 318 s., c. 71–79.
9. Ocenka zhivuchesti adaptivnoj seti svjazi / S. F. Bucev, I. I. Goraj, D. A. Zhuravlev, E. V. Kalajtanova // Aktual'nye problemy infotelekkommunikacij v nauke i obrazovanii (APINO 2023): Sbornik nauchnyh statej XII Mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoj i nauchno-metodicheskoj konferencii: v 4 t., Sankt-Peterburg, 28 fevralja – 01 marta 2023 goda. – Sankt-Peterburg: Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet telekommunikacij im. prof. M. A. Bonch-Bruevicha. 2023. – S. 730–735.
10. M. Gjeri, D. Dzhonson / Vychislitel'nye mashiny i trudnoreshaemye zadachi // M.: Mir, 1982.
11. Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlja JeVM № 2024617627 Rossijskaja Federacija. Programmnoe sredstvo dlja postroenija optimal'noj struktury transportnoj seti svjazi: № 2024616308: zajavl. 26.03.2024: opubl. 03.04.2024 / E. V. Kalajtanova.

