АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ БАЗИСА АСТРОДАТЧИКА В СИСТЕМЕ КООРДИНАТ АСТРОИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Кондрашкин Г. В.¹, Болотнов А. С.², Шкатов М. Ю.³

DOI:10.21681/3034-4050-2025-5-55-66

Ключевые слова: астронавигация, модель погрешности, привязка осей, астродатчик.

Аннотация

Цель исследования: разработка алгоритма, позволяющего определять углы трёх последовательных поворотов, характеризующих рассогласование приборной системы координат солнечного датчика и астроинерциальной навигационной системы, по измерениям солнечного датчика и инерциального измерительного блока.

Метод исследования: математический анализ выражения, используемого для вычисления истинного курса по данным от солнечного датчика, на предмет влияния ошибок задания углов рассогласования приборных систем координат солнечного датчика и астроинерциальной навигационной системы на общую погрешность астроинерциальной навигационной системы в определении истинного курса путём вычисления частных производных, и последующее определение значений углов рассогласования, соответствующих минимуму погрешности определения истинного курса методом наименьших квадратов по выборке измерений.

Результаты исследования: получен и экспериментально проверен математический алгоритм, позволяющий вычислять углы рассогласования приборных систем координат солнечного датчика и астроинерциальной навигационной системы по измерениям солнечного датчика и инерциального измерительного блока, при которых обеспечивается минимальная погрешность определения истинного курса астроинерциальной навигационной системой по данным от солнечного датчика.

Практическая значимость: предлагаемый алгоритм универсален с точки зрения возможности применения для настройки астроинерциальных навигационных систем различной конструкции. что делает его удобным для использования как при использовании на вновь разрабатываемых, так и на имеющихся стендах настройки астроинерциальных навигационных систем.

Введение

При решении задач управления движением различных объектов значительное внимание уделяется навигационным комплексам. Центральным элементом навигационного комплекса большинства современных объектов является инерциальная навигационная система (ИНС). ИНС строится на базе инерциальных датчиков, чувствительных к линейному ускорению объекта - акселерометров, и инерциальных датчиков, чувствительных к угловому движению объекта - гироскопов. По измерениям чувствительных элементов ИНС могут быть вычислены все навигационные параметры, требуемые для управления движением объекта.

Из теории инерциальных навигационных систем [1] известно, что вычисление параметров движения связано с двойным интегрированием измерений инерциальных датчиков, и, вследствие этого, ошибки ИНС в процессе её работы неограниченно возрастают.

Уменьшение погрешностей автономной ИНС связано с повышением качества изготовления чувствительных элементов. Наиболее высокие точностные характеристики присущи для ИНС, имеющих большие габариты и массу, сложную технологию производства и высокую себестоимость [2].

Для устранения ошибок определения навигационных параметров, вызванных погрешностями чувствительных элементов ИНС, в состав навигационного комплекса объекта

Кондрашкин Георгий Викторович, аспирант, инженер Инновационного технологического центра МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва. Россия. E-mail: уаедог93@mail.ru 2 Болотнов Альберт Сергеевич, аспирант, инженер Инновационного технологического центра МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва, Россия. E-mail: bolotnovalbert@mail.ru

Шкатов Михаил Юрьевич, кандидат технических наук, доцент, научный сотрудник Инновационного технологического центра МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва, Россия.

включают дополнительные датчики, в основе работы которых лежат иные физические принципы. Измерения дополнительных датчиков используются для вычисления дополнительной навигационной информации, которая позволяет скорректировать погрешности ИНС.

Одним из устройств, которые могут быть использованы в роли источника дополнительной навигационной информации для ИНС, является астродатчик. Астродатчик – прибор, используемый в бортовых комплексах космических аппаратов для определения угловой ориентации объекта относительно звёзд.

Современные отечественные астродатчики датчики имеют относительно небольшие габариты и массу, низкую потребляемую мощность и себестоимость, а также высокую точность определения угловых координат — в зависимости от типа датчика его погрешность имеет уровень от единиц угловых секунд до единиц угловых минут [3, 4].

Применение астродатчика для корректировки измерений ИНС позволяет сохранить автономность навигационной системы, а также получить высокую точность определения навигационных параметров при небольшой массе и потребляемой мощности прибора, что немаловажно для его установки на объекте с длительным временем автономной работы.

Изделия, в которых навигационные параметры, вычисляемые по измерениям инерциальных датчиков, корректируются с помощью дополнительной навигационной информации, вычисляемой по измерениям астродатчика, называют астроинерциальной навигационной системой (АИНС). Принципы построения астроинерциальных навигационных систем рассмотрены, например, в [5, 6].

При комплексной обработке данных от ИНС и астродатчика возникает необходимость согласования измерений, выполненных в разных системах координат (СК) и их приведения в общую систему координат — СК АИНС, поскольку неучтённые рассогласования СК составных частей АИНС приводят к значительным погрешностям в определении навигационных параметров.

Уменьшение погрешностей, вызванных рассогласованием СК астродатчика и СК АИНС, может проводиться как механическим, так и алгоритмическим методом.

Данная работа посвящена алгоритмическому методу определения рассогласования

СК астродатчика и АИНС на примере АИНС, в которой применяется солнечный датчик (СД) с целью коррекции курса, определяемого по измерениям ИНС. Рассмотрена математическая модель АИНС с коррекцией курса по данным от СД, рассмотрен математический алгоритм определения угловых параметров, характеризующих рассогласование СК СД и АИНС, по измерениям АИНС, Выполнена экспериментальная проверка предложенного метода. Приведено описание лабораторного макета, использованного проведения эксперимента, а также справочного обеспечения. Приведены условия проведения эксперимента и результаты эксперимента.

Метод определения угловых рассогласований между системами координат астродатчика и астроинерциальной навигационной системы

Предлагаемый в данной статье метод определения угловых рассогласований между системами координат астодатчика и астроинерциальной навигационной системы основан на сравнении нескольких реализаций измеренной абсолютной погрешности АИНС в определении истинного курса по наблюдению астрономического светила с соответствующими им теоретическими значениями, вычисляемыми как полный дифференциал функции зависимости истинного курса от измеряемых параметров. В данной работе авторами использовалась математическая модель и экспериментальный макет АИНС, в которой установлен астродатчик, предназначенный для наблюдения Солнца (солнечный датчик), однако, полученные математические зависимости могут быть легко преобразованы для применения к АИНС выполняющей коррекцию курса по наблюдению любого небесного светила. Для этого в приведённых математических выражениях необходимо использовать экваториальные координаты наблюдаемого светила вместо экваториальных координат Солнца.

Определение абсолютной погрешности АИНС с коррекцией курса по наблюдению Солнца

Метод определения истинного курса АИНС по наблюдениям Солнца подробно рассмотрен в [7]. В соответствии с [7], для вычисления истинного курса АИНС по наблюдению Солнца используется следующее выражение:

$$K = Az - Kh + \Delta, \tag{1}$$

где K — истинный курс объекта; Az — азимут Солнца, вычисляемый для определённого места, имеющего координаты ϕ и λ , и момента наблюдений τ по известным законам движения небесных тел [8]; Kh — курсовой угол Солнца, вычисляемый по измерениям датчиков АИНС; Δ — поправка, учитывающая диапазон значений углов Az и Kh (Δ = 0°, если Az > Kh и Δ = 360°, если Az < Kh).

Для вычисления курсового угла Солнца *Кh* используется выражение 2:

$$Kh = arctg\left(\frac{S_{xh}}{S_{vh}}\right),\tag{2}$$

где S_{xh} и S_{yh} — проекции вектора направления на Солнце \overline{S} в горизонтальной системе координат «h», ось у которой направлена по горизонтальной проекции продольной оси объекта, ось z направлена вдоль линии действия силы тяжести, в направлении из центра Земли.

Определение координат вектора S в системе координат «h» выполняется с помощью выражения 3:

$$[\overline{S}]_{h} = (C_{9})^{-1} \cdot (C_{\gamma})^{-1} \cdot (C_{A1})^{-1} \cdot (C_{A2})^{-1} \cdot (C_{A3})^{-1} \cdot [\overline{S}]_{CД},$$
(3)

где матрицы C_9 , C_7 , C_{A1} , C_{A2} и C_{A3} имеют следующий вид:

$$C_{\vartheta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\vartheta) & sin(\vartheta) \\ 0 & -sin(\vartheta) & cos(\vartheta) \end{bmatrix},$$

$$C_{\gamma} = \begin{bmatrix} cos(\gamma) & 0 & -sin(\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\gamma) & 0 & cos(\gamma) \end{bmatrix},$$

$$C_{A1} = \begin{bmatrix} cos(A_{1}) & -sin(A_{1}) & 0 \\ sin(A_{1}) & cos(A_{1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{A2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(A_{2}) & sin(A_{2}) \\ 0 & -sin(A_{2}) & cos(A_{2}) \end{bmatrix},$$

$$C_{A3} = \begin{bmatrix} cos(A_{3}) & 0 & -sin(A_{3}) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(A_{3}) & 0 & cos(A_{3}) \end{bmatrix}.$$

Координаты вектора направления на солнце в системе координат солнечного датчика $S_{X_{\rm CZ}}$ и $S_{Y_{\rm CZ}}$ определяются солнечным датчиком автономно:

$$[\overline{S}]_{\mathrm{C}\mathrm{J}} = \begin{bmatrix} S_{\chi_{\mathrm{C}\mathrm{J}}} \\ S_{\gamma_{\mathrm{C}\mathrm{J}}} \\ \sqrt{1 - S_{\chi_{\mathrm{C}\mathrm{J}}}^2 - S_{\chi_{\mathrm{C}\mathrm{J}}}^2} \end{bmatrix},\tag{4}$$

Углы крена γ и тангажа ϑ определяются ИНС из состава АИНС.

Углы A_1 , A_2 и A_3 характеризуют три последовательных поворота, которые необходимо выполнить для приведения системы координат, связанной с ИНС в положение системы координат, связанной с солнечным датчиком (см. рисунок 1). Эти углы определяются конструкцией АИНС. Ввиду существования допусков на элементы конструкции АИНС значения данных углов могут быть известны из конструкторской документации с точностью до некоторых малых погрешностей. Уточнение этих малых погрешностей является главной задачей, рассмотренной в данной статье.

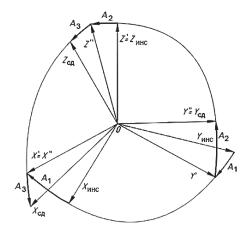


Рис. 1. Взаиморасположение систем координат ИНС и СД

Для определения абсолютной погрешности δK необходимо сравнить значение курса $K_{\rm AUHC}$, полученного AUHC по наблюдению Солнца, с эталонным значением K_3 :

$$\delta K = K_{\text{AUHC}} - K_{\text{3}}.$$
 (5)

Определение полного дифференциала функции зависимости истинного курса от измеряемых величин

Функция $f_K(S_{X_{\text{CД}}}, S_{Y_{\text{CД}}}, A_1, A_2, A_3, \gamma, \vartheta)$ зависимости истинного курса, определяемого АИНС по наблюдениям Солнца, от измеряемых параметров получается путём подстановки выражений (2) — (4) в выражение (1) и имеет следующий вид:

$$f_{K}(S_{X_{C\Pi}}, S_{Y_{C\Pi}}, A_{1}, A_{2}, A_{3}, \gamma, \theta) = arctg\{[(cos(\gamma)cos(A_{1}) + sin(A_{3})sin(A_{2})sin(A_{1})] - sin(\gamma)sin(A_{3})cos(A_{2})]S_{X_{C\Pi}} + (cos(\gamma)cos(A_{2})sin(A_{1}) + sin(\gamma)sin(A_{2}))S_{Y_{C\Pi}} + (cos(\gamma)sin(A_{3})cos(A_{1}) - cos(A_{3})sin(A_{2})sin(A_{1}) + sin(\gamma)cos(A_{3})cos(A_{1}) - cos(A_{3})sin(A_{2})sin(A_{1}) + sin(\gamma)cos(A_{3})cos(A_{2}))\sqrt{1 - S_{X_{C\Pi}}^{2} - S_{Y_{C\Pi}}^{2}}]/$$

$$/ [\{sin(\gamma)sin(\theta)cos(A_{3})cos(A_{1}) + sin(A_{3})sin(A_{2})sin(A_{1}) + cos(\theta)(-cos(A_{3})sin(A_{1}) + sin(A_{3})sin(A_{2})cos(A_{1}) + cos(\gamma)sin(\theta)sin(\theta)sin(A_{3})cos(A_{2})\}S_{X_{C\Pi}} + \{sin(\gamma)sin(\theta)cos(A_{2})sin(A_{1}) + cos(\theta)cos(A_{2})cos(A_{1}) - cos(\gamma)sin(\theta)sin(A_{2})\}S_{Y_{C\Pi}} + \{sin(\gamma)sin(\theta)[sin(A_{3})cos(A_{1}) - cos(A_{3})sin(A_{2})cos(A_{1})] + cos(\theta)[-sin(A_{3})sin(A_{1}) - cos(A_{3})sin(A_{2})cos(A_{1})] - cos(\gamma)sin(\theta)cos(A_{3})cos(A_{2})\}$$

$$\sqrt{1 - S_{X_{C\Pi}}^{2} - S_{Y_{C\Pi}}^{2}}]\}.$$
 (6)

Полный дифференциал [9] функции $f_{\mathcal{K}}(S_{X_{\text{СД}}},S_{Y_{\text{СД}}},A_1,A_2,A_3,\gamma,\vartheta)$ определяется следующим выражением:

$$df_{K}(S_{X_{\text{CII}}}, S_{Y_{\text{CII}}}, A_{1}, A_{2}, A_{3}, \gamma, \vartheta) = \frac{\partial f_{K}}{\partial S_{X_{\text{CII}}}} dS_{X_{\text{CII}}} + \frac{\partial f_{K}}{\partial S_{Y_{\text{CII}}}} dS_{Y_{\text{CII}}} + \frac{\partial f_{K}}{\partial A_{1}} dA_{1} + \frac{\partial f_{K}}{\partial A_{2}} dA_{2} + \frac{\partial f_{K}}{\partial A_{3}} dA_{3} + \frac{\partial f_{K}}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial f_{K}}{\partial \vartheta} d\vartheta.$$
 (7)

Выражение (7) позволяет определить величину погрешности АИНС в определении курса по наблюдению Солнца в зависимости от погрешностей измеряемых величин ($dS_{X_{\text{СД}}}$, $dS_{Y_{\text{СД}}}$, $d\gamma$, $d\vartheta$), а также ошибок определения углов рассогласования систем координат СД и АИНС (dA_1 , dA_2 , dA_3).

На практике как ошибки определения углов крена $d\gamma$ и тангажа $d\vartheta$, так и ошибки определения угловых координат Солнца $dS_{X_{\text{СД}}}$ и $dS_{Y_{\text{СД}}}$ имеют величину порядка одной угловой минуты [10, 11]. Величины неизвестных угловых рассогласований между системами координат СД и АИНС имеют величины более высокого порядка, в связи с этим, можно считать, что основной вклад в погрешность АИНС в определении курса по наблюдению Солнца вносят именно они, то есть:

$$df_{K}(S_{X_{C,\Pi}}, S_{Y_{C,\Pi}}, A_{1}, A_{2}, A_{3}, \gamma, 9) =$$

$$= \frac{\partial f_{K}}{\partial A_{1}} dA_{1} + \frac{\partial f_{K}}{\partial A_{2}} dA_{2} + \frac{\partial f_{K}}{\partial A_{3}} dA_{3}.$$
(8)

Частные производные [12], входящие в выражение (8), вычисляются по следующим формулам:

```
\begin{split} \frac{\partial f_K}{\partial A_1} &= (\{[cos(\gamma)\{-cos(A_3)sin(A_1) +\\ sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\}\}]S_{X_{\text{CJ}}} + cos(\gamma)cos(A_2)cos(A_1)S_{Y_{\text{CJ}}} + \end{split}
   + [cos(\gamma)\{-sin(A_3)sin(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)cos(A_1)] ·
  \cdot \sqrt{1 - S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{X_{CII}}^2) \} \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{X_{CII}}^2) \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{X_{CII}}^2) \} \} \} / \{ [sin(\gamma)sin(\theta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + (S_{X_{CII}}^2 - S_{X_{CII}}^2) \} \} \} 
   + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) + cos(9) \{-cos(A_3)sin(A_1) +
+ sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)} + cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)] \cdot
                   \cdot S_{X_{C\Pi}} + [sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1) +
   + cos(\theta)cos(A_2)cos(A_1) - cos(\gamma)sin(\theta)sin(A_2)]S_{Y_{CJI}} +
+ [sin(\gamma)sin(\vartheta)\{sin(A_3)cos(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\} +
    + cos(9)\{-sin(A_3)sin(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\} -
       -\cos(\gamma)\sin(\theta)\cos(A_3)\cos(A_2)]\sqrt{1-S_{X_{CII}}^2-S_{Y_{CII}}^2}
    -\left\{\left[\cos(\gamma)\left\{\cos(\vartheta)\cos(A_3)+\sin(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)\right\}\right.\right.
  -\sin(\gamma)\sin(A_3)\sin(A_2)]S_{X_{\text{CII}}} + [\cos(\gamma)\cos(A_2)\sin(A_1) +
        + sin(\gamma)sin(A_2)]S_{Y_{C\Pi}} + [cos(\gamma)\{sin(A_3)cos(A_1) - (sin(A_3)cos(A_1))\}]
     -\cos(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)} + \sin(\gamma)\cos(A_3)\cos(A_2)] ·
  \cdot \sqrt{1 - S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2} \cdot \{ [sin(\theta)sin(\gamma) \{ -cos(A_3)sin(A_1) + (sin(\theta)sin(\gamma) \} \} \} 
  + sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)} + cos(9){-cos(A_3)cos(A_1) -
                        -\sin(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)\}]S_{X_{C\Pi}}+
+ [sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)cos(A_1) - cos(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1)] ·
                 \cdot S_{Y_{C\Pi}} + [sin(\gamma)sin(\vartheta)\{-sin(A_3)sin(A_1) -
  -\cos(A_3)\sin(A_2)\cos(A_1) + \cos(9) {-\sin(A_3)\cos(A_1) +
          + cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\}] \sqrt{1 - S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2} /
 / \{ [sin(\gamma)sin(\vartheta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) \} + 
  + cos(9)\{-cos(A_3)sin(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} +
                    + cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)]S_{X_{CII}} +
+ [sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1) + cos(\vartheta)cos(A_2)cos(A_1) -
-\cos(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1) + \cos(9){-\sin(A_3)\sin(A_1) -
-\cos(A_3)\sin(A_2)\cos(A_1) -\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\cos(A_3)\cos(A_2) :
      \cdot \sqrt{1 - S_{X_{C_{\Pi}}}^2 - S_{Y_{C_{\Pi}}}^2}  ) / (\{[cos(\gamma)\{cos(A_3)cos(A_1) + (A_1)(cos(A_2)cos(A_1))\}) \} ) 
 + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1)} - sin(\gamma)sin(A_3)cos(A_2)]S_{X_{C,\Pi}} +
        + [\{cos(\gamma)cos(A_2)sin(A_1) + sin(\gamma)sin(A_2)\}]S_{\gamma_{C\Pi}} +
    + [cos(\gamma)\{sin(A_3)cos(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\} +
          + sin(A_3)cos(A_2)cos(A_1) ] \sqrt{1 - S_{X_{CR}}^2 - S_{Y_{CR}}^2} 
/ \{ [sin(\gamma)sin(\vartheta) \{ cos(A_3)cos(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) \} +
  + cos(9)\{-cos(A_3)sin(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} +
                    + cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)]S_{X_{CII}} +
+ [sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin A_1) + cos(\vartheta)cos(A_2)cos(A_1) -
                             -\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\sin(A_2)]S_{Y_{CII}} +
+ [sin(\gamma)sin(\vartheta)\{sin(\gamma)cos(\vartheta) - cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\} +
 + cos(\theta) \{-sin(A_3)sin(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} -
   -\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\cos(A_3)\cos(A_2)]\sqrt{1-S_{X_{CII}}^2-S_{Y_{CII}}^2}
/(\{[cos(\gamma)\{cos(A_3)cos(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\} -
```

 $-\sin(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)]S_{\chi_{\text{CII}}} + [\{\cos(\gamma)\cos(A_2)\sin(A_1) +$ $-\cos(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)$ + $+ sin(A_3)cos(A_2)cos(A_1)]\sqrt{1 - S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2} \}^2 /$ $/\{[sin(\gamma)sin(\vartheta)\{cos(A_3)cos(A_1)+sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\}+$ $+ cos(9)\{-cos(A_3)sin(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} +$ + $cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)]S_{X_{CII}}$ + + $[sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1) + cos(\vartheta)cos(A_2)cos(A_1) -cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_2)]S_{Y_{CII}}+[sin(\gamma)sin(\vartheta)\{sin(A_3)cos(A_1) -\cos(A_3)\sin(A_2)\cos(A_1)$ + $\cos(9)$ { $-\sin(A_3)\sin(A_1)$ - $-cos(A_3)sin(A_2)cos(A_1) \} -cos(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_3)cos(A_2)]$ $\sqrt{1-S_{X_{C_{\Pi}}}^2-S_{Y_{C_{\Pi}}}^2}$ $\}^2+1$). (9)

 $\frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_1) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_1) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_1) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_1) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\sin(A_2)\cos(A_2)\sin(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(A_2)\cos(A_2)\cos(A_2) + \frac{\partial f_K}{\partial A_2}\}) + \frac{\partial f_K}{\partial$ $+ sin(\gamma)sin(A_3)sin(A_2)]S_{X_{CJI}} + [-cos(\gamma)sin(A_2)sin(A_1) +$ $+ sin(\gamma)cos(A_2)]S_{Y_{\text{CJI}}} + [-cos(\gamma)\underline{cos(A_3)cos(A_2)}sin(A_1) -\sin(\gamma)\cos(A_3)\sin(A_2)$] $\sqrt{1-S_{X_{CII}}^2-S_{Y_{CII}}^2}$ / $/ \{ [sin(\gamma)sin(\vartheta) \{ cos(A_3)cos(A_1) +$ $+ sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) + cos(9) \{-cos(A_3)sin(A_1) +$ $+ sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1) + cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)]$ $\cdot S_{X_{CJI}} + [sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A1) +$ $+ cos(\gamma)cos(\vartheta)cos(A_2) - cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_2)]S_{\gamma_{C\Pi}} +$ + $[sin(\gamma)sin(\vartheta)\{sin(A_3)cos(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\}$ + + $cos(\vartheta)$ { $-sin(A_3)sin(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)cos(A_1)$ } - $-\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\cos(A_3)\cos(A_2)$] $\sqrt{1-S_{X_{CII}}^2-S_{Y_{CII}}^2}$ - $-\left\{\left[\cos(\gamma)\left\{\cos(A_3)\cos(A_1)+\sin(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)\right\}\right.\right.$ $-\sin(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)]S_{X_{\text{CJI}}} + [\cos(\gamma)\cos(A_2)\sin(A_1) +$ + $sin(\gamma)sin(A_2)]S_{Y_{CJI}} + cos(\gamma)\{sin(A_3)cos(A_1) -\cos(A_3)\sin(A_2)\cos(A_1)$ } + $\sin(\gamma)\cos(A_3)\cos(A_2)$] · $\cdot \sqrt{1 - S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2} \cdot \{ [sin(\gamma)sin(\theta)sin(A_3)cos(A_2)sin(A_1) +$ $+ cos(\theta)sin(A_3)cos(A_2)cos(A_1) -\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\sin(A_3)\sin(A_2)]S_{X_{CII}} +$ + $[-sin(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_2)sin(A_1) - cos(\vartheta)sin(A_2)cos(A_1) -\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\cos(A_2)]S_{Y_{CII}} +$ + $[-sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_3)cos(A_2)sin(A_1) -\cos(\theta)\cos(A_3)\cos(A_2)\cos(A_1) +$ + $cos(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_3)sin(A_2)]\sqrt{1-S_{X_{CR}}^2-S_{Y_{CR}}^2}$ / $/ \{sin(\gamma)sin(\vartheta)\{cos(A_3)cos(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\} +$ $+ cos(9)\{-cos(A_3)sin(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} +$ + $cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)]S_{X_{CII}}$ + + $[sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1) + cos(\vartheta)cos(A_2)cos(A_1) -\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\sin(A_2)]S_{Y_{CJI}} + [\sin(\gamma)\sin(\vartheta)\{\sin(A_3)\cos(A_1) - \cos(\gamma)\sin(\vartheta)\}\sin(A_2)]S_{Y_{CJI}} + [\sin(\gamma)\sin(\vartheta)\sin(\vartheta)]\sin(A_3)\cos(A_1)$

 $-\cos(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)$ + $\cos(9)$ { $-\sin(A_3)\sin(A_1)$ - $-\cos(A_3)\sin(A_2)\cos(A_1)$ } $-\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\cos(A_3)\cos(A_2)$] · $+ sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) - sin(\gamma)sin(A_3)cos(A_2) S_{X_{C\Pi}} +$ + $[cos(\gamma)cos(A_2)sin(A_1) + sin(\gamma)sin(A_2)]S_{Y_{CII}} +$ + $[cos(\gamma)\{sin(A_3)cos(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)\}sin(A_1)\} +$ $+ sin(\gamma)cos(A_3)cos(A_2)\sqrt{1 - S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2} \}^2 /$ $/ \{[sin(\gamma)sin(\vartheta)\{cos(A_3)cos(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\} +$ $+ cos(9)\{-cos(A_3)sin(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} +$ + $cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)]S_{X_{CJI}}$ + $[sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1) + cos(\vartheta)cos(A_2)cos(A_1) -\cos(\gamma)\sin(\vartheta)\sin(A_2)]S_{Y_{\text{CII}}}+[\sin(\gamma)\sin(\vartheta)\{\sin(A_3)\cos(A_1)-(A_3)\cos(A_3)\cos(A_3)\}\sin(A_3)\cos(A_$ $-\cos(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)\} + \cos(9)\{-\sin(A_3)\sin(A_1)$ $cos(A_3)sin(A_2)cos(A_1)$ $- cos(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_3)cos(A_2)$ \cdot $\cdot \sqrt{1 - S_{X_{C_{\Pi}}}^2 - S_{Y_{C_{\Pi}}}^2} \}^2 + 1$). (10)

Далее:

 $\frac{\partial f_K}{\partial A_2} = (\{[\cos(\gamma)\{-\sin(A_3)\cos(A_1) +$ $+ cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)$ $- sin(\gamma)cos(A_3)cos(A_2)$ $S_{X_{CII}}$ ++ $[cos(\gamma)\{cos(A_3)cos(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\}$ $-\sin(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)]\sqrt{1-S_{X_{CII}}^2-S_{Y_{CII}}^2}$ $/ \{ [sin(\gamma)sin(\vartheta) \} cos(A_3)cos(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) \} +$ $+ cos(9)\{-cos(A_3)sin(A_1) + sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} +$ + $cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)]S_{X_{CII}}$ + + $[sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1) +$ + $cos(\theta)cos(A_2)cos(A_1) - cos(\gamma)sin(\theta)sin(A_2)]S_{Y_{CJJ}} +$ + $[sin(\gamma)sin(\vartheta)\{sin(A_3)cos(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1)\}$ + $+ cos(9) \{-sin(A_3)sin(A_1) - cos(A_3)sin(A_2)cos(A_1)\} -\cos(\gamma)\sin(\theta)\cos(A_3)\cos(A_2)]\sqrt{1-S_{X_{CII}}^2-S_{Y_{CII}}^2}$ $-\left\{\left[\cos(\gamma)\left\{\cos(A_3)\cos(A_1)+\sin(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)\right\}\right.\right.$ $-\sin(\gamma)\sin(A_3)\cos(A_2)]S_{X_{CJI}} + [\cos(\gamma)\cos(A_2)\sin(A_1) +$ $+ sin(\gamma)sin(A_2)]S_{Y_{\text{CII}}} + [cos(\gamma)\{sin(A_3)cos(A_1) -\cos(A_3)\sin(A_2)\sin(A_1)$ + $\sin(\gamma)\cos(A_3)\cos(A_2)$] × $\times \sqrt{1 - S_{X_{C\Pi}}^2 - S_{Y_{C\Pi}}^2} \times \{ [sin(\gamma)sin(\vartheta) \{ -sin(A_3)cos(A_1) + (sin(Y_1)sin(\vartheta) \} \} \}$ $+ cos(A_3)sin(A_2)sin(A_1) + cos(9) \{sin(A_3)sin(A_1) +$ $+ cos(A_3)sin(A_2)cos(A_1)$ } $+ cos(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_3)cos(A_2)$] \times $\times S_{X_{\text{CJI}}} + [sin(\gamma)sin(\vartheta)\{cos(A_3)cos(A_1) +$ $+ sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) + cos(9) \{-cos(A_3)sin(A_1) +$ $+ sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1) + cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2)] \times$ $\times \sqrt{1 - S_{X_{CII}}^2 - S_{Y_{CII}}^2} / \{ [sin(\gamma)sin(\vartheta) \{ cos(A_3)cos(A_1) +$ $+ sin(A_3)sin(A_2)sin(A_1) + cos(9) \{-cos(A_3)sin(A_1) +$ $+ sin(A_3)sin(A_2)cos(A_1) + cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_3)cos(A_2) \times$ $\times S_{X_{CII}} + [sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_2)sin(A_1) +$

 $cos(\vartheta)cos(A_{2})cos(A_{1}) - cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_{2})]S_{Y_{\text{CD}}} + \\ + [sin(\gamma)sin(\vartheta)\{sin(A_{3})cos(A_{2}) - cos(A_{3})sin(A_{2})sin(A_{1})\} + \\ + cos(\vartheta)\{-sin(A_{3})sin(A_{1}) - cos(A_{3})sin(A_{2})cos(A_{1})\} - \\ - cos(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_{3})cos(A_{2})]\sqrt{1 - S_{X_{\text{CD}}}^{2} - S_{Y_{\text{CD}}}^{2}}\}^{2}) / \\ / (\{[sin(\gamma)sin(\vartheta)\{cos(A_{3})cos(A_{2}) + sin(A_{3})sin(A_{2})sin(A_{1})\} + \\ + cos(\vartheta)\{-cos(A_{3})sin(A_{1}) + sin(A_{3})sin(A_{2})cos(A_{1})\} + \\ + cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_{3})cos(A_{2})]S_{X_{\text{CD}}} + \\ + [sin(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_{2})sin(A_{1}) + cos(\vartheta)cos(A_{2})cos(A_{1}) - \\ - cos(\gamma)sin(\vartheta)sin(A_{2})]S_{Y_{\text{CD}}} + [sin(\gamma)sin(\vartheta)\{sin(A_{3})cos(A_{1}) - \\ - cos(A_{3})sin(A_{2})sin(A_{1})\} + cos(\vartheta)\{-sin(A_{3})sin(A_{1}) - \\ cos(A_{3})sin(A_{2})cos(A_{1})\} - cos(\gamma)sin(\vartheta)cos(A_{3})cos(A_{2})] \times \\ \times \sqrt{1 - S_{X_{\text{CD}}}^{2} - S_{Y_{\text{CD}}}^{2}}\}^{2} + 1). \tag{11}$

В формулах (9, 10, 11) присутствуют параметры $S_{X_{\text{СД}}}$ и $S_{Y_{\text{СД}}}$, обозначающие проекции вектора направления на Солнце на оси $OX_{\text{СД}}$ и $OY_{\text{СД}}$ системы координат солнечного датчика. В АИНС данные параметры являются измеряемыми, но при определении значений частных производных функции $f_K(S_{X_{\text{СД}}}, S_{Y_{\text{СД}}}, A_1, A_2, A_3, \gamma, 9)$ значения данных параметров необходимо вычислять аналитически.

Для определения аналитических значений координат вектора направления на Солнце в системе координат солнечного датчика используются модель измерений солнечного датчика, основанная на законах движения астрономических объектов.

В астрономии широко распространено применение второй экваториальной системы координат для определения взаимного расположения небесных объектов [13]. Эта система координат связана с плоскостью Земного экватора и положением на нём точки Овна (одной из точек пересечения Земного экватора с эклиптикой). Координаты каждого астрономического объекта определяются с высокой точностью (погрешность менее 0,1") во второй экваториальной системе координат для момента времени, соответствующего некоторой выбранной фундаментальной эпохе T_0 , образуя каталог данной эпохи. Для определения положения астрономических объектов в текущий момент времени т выполняют преобразование координат из базиса второй экваториальной системы координат фундаментальной эпохи T_0 в базис второй экваториальной системы координат текущей эпохи т. Для преобразования координат используют известные выражения, характеризующие изменение

в абсолютном пространстве угловой ориентации Земного экватора, а также движение точки Овна. Эти выражения являются функциями времени. При проведении расчётов время, обычно, выражают в Юлианских сутках [13].

Законам движения небесных тел, определяющим, в том числе, движение Земли относительно Солнца и звёзд, посвящена соответствующая научная литература, например [14], и в данной статье эти законы подробно рассматриваться не будут. При выполнении исследования, которому посвящена данная статья, использовались значения экваториальных координат Солнца (склонение δ , гринвичский часовой угол $t_{\rm rp}$) и часовой угол точки Овна $S_{\rm rp}$, приведённые в морском астрономическом ежегоднике, публикуемом Институтом прикладной астрономии Российской академии наук [15].

Координаты единичного вектора направления на Солнце \overline{S} во второй экваториальной системе координат «e» имеют следующий вид:

$$[\overline{S}]_e = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & \cos(\alpha) \\ \cos(\delta) & \sin(\alpha) \\ \sin(\delta) \end{bmatrix}, \tag{12}$$

где α – прямое восхождение Солнца.

Прямое восхождение светила определяется разностью его гринвичского часового угла и гринвичского часового угла точки Овна:

$$\alpha = t_{\Gamma P} - S_{\Gamma P}. \tag{13}$$

Преобразование координат вектора из второй экваториальной системы координат текущей эпохи τ в систему координат астродатчика АИНС выполняется в соответствии со следующим выражением:

$$[\overline{S}]_{AII} = C_e^{AII} \cdot [\overline{S}]_e, \tag{14}$$

где $C_e^{\rm AJ}$ – матрица, характеризующая угловую ориентацию базиса системы координат астродатчика относительно базиса второй экваториальной системы координат. Выражение, определяющее данную матрицу, рассмотрено в научных публикациях, посвящённых разработкам астроинерциальных навигационных систем, [16, 17] и имеет следующий вид:

$$C_e^{AJJ} = C_{A3} C_{A2} C_{A1} C_{\gamma} C_{\vartheta} C_{\psi} C_{\varphi \lambda} C_e^G, \tag{15}$$

где матрицы C_e^G , $C_{\varphi\lambda}$ и C_{ψ} имеют следующий вид [7, 17]:

$$C_e^G = \begin{bmatrix} \cos(S_{\Gamma P}) & \sin(S_{\Gamma P}) & 0 \\ -\sin(S_{\Gamma P}) & \cos(S_{\Gamma P}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{\varphi \lambda} = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -\sin(\varphi)\cos(\lambda) & -\sin(\varphi)\sin(\lambda) & \cos(\varphi) \\ \cos(\varphi)\cos(\lambda) & \cos(\varphi)\sin(\lambda) & \sin(\varphi) \end{bmatrix},$$

$$C_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) - \sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определение угловых рассогласований между системами координат астродатчика и астроинерциальной навигационной системы

Полученные в предыдущих разделах формулы (1) — (5) позволяют вычислить абсолютную погрешность АИНС в определении истинного курса по наблюдению Солнца, полученную при проведении эксперимента, а формулы (6) — (15) позволяют оценить её теоретическое значение, определяемое, в основном, неучтёнными угловыми рассогласованиями между системами координат солнечного датчика и АИНС. Приравнивая теоретическую и измеренную погрешность, получено следующее уравнение:

$$\delta K = \frac{\partial f_K}{\partial A_1} dA_1 + \frac{\partial f_K}{\partial A_2} dA_2 + \frac{\partial f_K}{\partial A_3} dA_3.$$
 (16)

При выполнении измерений АИНС истинного курса по наблюдению Солнца в различных условиях частные производные $\frac{\partial f_k}{\partial A_1}$, $\frac{\partial f_k}{\partial A_2}$ и $\frac{\partial f_k}{\partial A_3}$ будут иметь различные значения. Это позволяет составить для п замеров переопределённую систему линейных неоднородных алгебраических уравнений с тремя переменными (dA_1, dA_2, dA_3) :

$$\begin{cases}
\delta K_{(1)} = \frac{\partial f_K}{\partial A_{1(1)}} dA_1 + \frac{\partial f_K}{\partial A_{2(1)}} dA_2 + \frac{\partial f_K}{\partial A_{3(1)}} dA_3 \\
\delta K_{(2)} = \frac{\partial f_K}{\partial A_{1(2)}} dA_1 + \frac{\partial f_K}{\partial A_{2(2)}} dA_2 + \frac{\partial f_K}{\partial A_{3(2)}} dA_3 \\
\delta K_{(n)} = \frac{\partial f_K}{\partial A_{1(n)}} dA_1 + \frac{\partial f_K}{\partial A_{2(n)}} dA_2 + \frac{\partial f_K}{\partial A_{3(n)}} dA_3
\end{cases} (17)$$

Для решения системы уравнений (17) можно воспользоваться методом наименьших

квадратов [18]. Для этого уравнения (17) преобразуются в матричный вид:

$$[\delta K] = [\Delta] \cdot [dA], \tag{18}$$

где матрицы имеют вид:

$$[\delta K] = \begin{bmatrix} \delta K_{(1)} \\ \delta K_{(2)} \\ \dots \\ \delta K_{(n)} \end{bmatrix},$$

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_K}{\partial A_1} & \frac{\partial f_K}{\partial A_2} & \frac{\partial f_K}{\partial A_3} \\ \frac{\partial f_K}{\partial A_1} & \frac{\partial f_K}{\partial A_2} & \frac{\partial f_K}{\partial A_3} \\ \frac{\partial f_K}{\partial A_1} & \frac{\partial f_K}{\partial A_2} & \frac{\partial f_K}{\partial A_3} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_K}{\partial A_1} & \frac{\partial f_K}{\partial A_2} & \frac{\partial f_K}{\partial A_3} \\ \end{bmatrix},$$

$$[dA] = \begin{bmatrix} dA_1 \\ dA_2 \\ dA_3 \end{bmatrix}.$$

Решение уравнения (18) определяется следующим выражением [18]:

$$\lceil dA \rceil = (\lceil \Delta \rceil^T \cdot \lceil \Delta \rceil)^{-1} \cdot \lceil \Delta \rceil^T \cdot \lceil \delta K \rceil \tag{19}$$

Определяемые при решении уравнения (19) составляющие матрицы [dA] элементы dA_1 , dA_2 и dA_3 являются искомыми неучтёнными угловыми рассогласованиями между системами координат астродатчика и АИНС.

Результаты эксперимента по оценке эффективности предлагаемого метода

Для проведения эксперимента по оценке эффективности предлагаемого метода определения угловых рассогласований между системами координат солнечного датчика и АИНС использовался макет АИНС, эскиз которого приведён на рисунке 2.

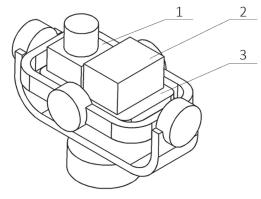


Рис. 2. Эскиз макета АИНС

В данном макете инерциальный блок 2 и солнечный датчик 1 установлены на едином

основании 3 и жёстко зафиксированы. Основание 3 установлено на платформу в трёхосном кардановом подвесе. Платформа имеет три степени свободы углового движения относительно фундамента, что позволяет направить оптическую ось Солнечного датчика на любую точку видимой части небесной сферы.

При проведении эксперимента макет был установлен на поверхности Земли под открытым небом.

Чтобы исключить влияние погрешностей СД, зависящих от значений координат единичного вектора направления на Солнце, при проведении эксперимента перед каждым замером проводилось переориентирование макета в угловое положение, в котором координаты вектора направления на Солнце в плоскости матрицы СД будут минимальными.

В роли эталона истинного курса при проведении эксперимента использовалась БИНС из состава макета АИНС. Система координат АИНС была выбрана совпадающей с системой координат БИНС.

Эффективность рассмотренного метода оценивалась сравнением разностей между истинным курсом АИНС, определяемым по наблюдению Солнца, и эталонным курсом, полученных до и после вычисления уточнённых значений угловых рассогласований dA_1 , dA_2 и dA_3 между системами координат СД и ИНС.

Результаты эксперимента (графики разностей курсов, определяемых по данным СД и БИНС, до и после вычисления уточнённых угловых рассогласований dA_1 , dA_2 и dA_3) приведены на рисунке 3.

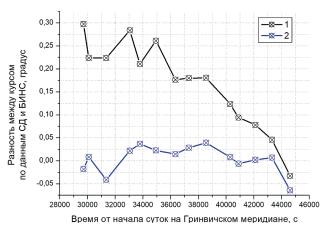


Рис. 3. Разность между курсом по данным *СД и БИНС*:

Приведённые на рисунке 3 графики показывают, что используемый макет АИНС имел ошибку в определении истинного курса по наблюдению Солнца, изменяющуюся с очень низкой частотой по нелинейному закону. Амплитуда ошибки достигала 0,3°. Периодичность полученной ошибки за всё время наблюдений не проявляется. Как показано ранее (выражение 7), погрешность АИНС в определении истинного курса по наблюдению Солнца определяется 7-ю составляющими: погрешности определения углов крена $(d\gamma)$ и тангажа $(d\vartheta)$, погрешность определения координат вектора направления на Солнце $(S_{X_{{
m CII}}},\ S_{Y_{{
m CII}}})$ и погрешности определения углов A_1 , \widetilde{A}_2 и \widetilde{A}_3 , характеризующих рассогласования между системами координат Солнечного датчика и БИНС (dA_1 , dA_2 и dA_3).

Для применяемых в составе макета БИНС [19] и СД [20] не характерны погрешности столь большой величины. Это позволяет сделать предположение, что полученная медленноменяющаяся погрешность определяется, в основном, составляющими, записанными в выражении (8).

После расчётов частных производных по выражениям 9 — 11 и решения системы уравнений (17) по 14 замерам, были определены значения углов dA_1 , dA_2 и dA_3 .

Повторное моделирование алгоритма АИНС с подстановкой определённых значений dA_1 , dA_2 и dA_3 дало результат, приведённый на графике 2 рисунка 3. На данном графике имевшая место медленноменяющаяся составляющая погрешности определения истинного курса по наблюдению Солнца отсутствует. Значения погрешности изменяются случайным образом в окрестности нуля в течение всего периода наблюдений.

Результаты повторного моделирования позволяют заключить о справедливости принимаемой гипотезы (выражение 8) и корректности полученных выражений для вычисления частных производных (выражения 9 – 11).

После уточнения угловых рассогласований (вычисления значений dA_1 , dA_2 и dA_3 с последующим их учёте в алгоритме АИНС при повторном моделировании) погрешность макета АИНС в определении истинного курса по данным СД значительно уменьшилась, что говорит о высокой эффективности предложенного метода.

^{1 –} До уточнения угловых рассогласований между системами координат СД и БИНС;

^{2 —} После уточнения угловых рассогласований между системами координат СД и БИНС.

Отдельно отметим, что формулы (9) – (11) получены для общего случая углового взаиморасположения используемых систем координат и векторов. На практике, в различных случаях, могут быть удобны разнообразные частные случаи упрощения данных формул при возможности обеспечения принимаемых допущений. Например, при проектировании стенда настройки астроинерциальной системы можно заранее сформировать требование расположения настраиваемого прибора в плоскости местного горизонта (углы крена у и тангажа θ будут равны нулю). При проектировании астроинерциальной системы можно сформировать требование к конструкции обеспечить минимальное угловое рассогласование между приборными системами координат ИНС и астродатчика (углы A_1 , A_2 и A_3 будут равны нулю). При учёте обоих приведённых допущений формулы (9) – (11) приобретают значительно более простой и удобный для применения при дальнейших расчётах вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial f_K}{\partial A_1} = 1\\ \frac{\partial f_K}{\partial A_2} = \sin(K) \cdot \tan(H) \\ \frac{\partial f_K}{\partial A_3} = \cos(K) \cdot \tan(H) \end{cases}$$
 (20)

Заключение

В работе рассмотрены особенности ошибок определения истинного курса объекта астроинерциальной навигационной системой по наблюдениям астроориентиров. На примере макета АИНС, содержащего СД, показано, что неуточнённые угловые рассогласования между системами координат СД и АИНС приводят к возникновению большой погрешности в определении истинного курса по наблюдениям Солнца. Для устранения данной погрешности предложен алгоритмический метод, заключающийся в уточнении параметров, характеризующих малое угловое рассогласование между системами координат СД и АИНС, и их учёте в алгоритме АИНС. Вычисление параметров, характеризующих угловое рассогласование систем координат СД и АИНС, выполняется путём определения таких их значений, при которых расчётная погрешность

АИНС в определении истинного курса по данным СД будет наиболее близка реальной погрешности, возникающей при испытаниях АИНС. В работе приведены математические выражения, позволяющие определить расчётную погрешность АИНС в определении истинного курса по наблюдениям Солнца при известных исходных данных: экваториальных координатах светила, географических координатах наблюдений, углах курса, крена и тангажа ИНС из состава АИНС, угловой ориентации астродатчика относительно ИНС и ошибках знания угловой ориентации астродатчика относительно ИНС. Теоретические предположения, используемые для предлагаемого метода, нашли подтверждение при проведении эксперимента.

Рассмотренный в данной работе метод определения угловых рассогласований между системами координат СД и ИНС в составе АИНС может быть полезен для разработчиков АИНС, а также научных сотрудников, занимающихся исследованиями по данному научному направлению. Преимуществом метода является его простота, отсутствие необходимости применения специального оборудования, возможность проведения работ как на предприятии-изготовителе АИНС, так и, при необходимости, на эксплуатирующем предприятии. Метод позволяет определить угловые рассогласования между системами координат АИНС и СД с точностью до величины, ограниченной погрешностями входящих в состав АИНС датчиков, что представляет практический интерес при производстве АИНС. Среди недостатков данного метода следует отметить зависимость возможности его выполнения от погодных условий, а также невозможность его реализации без применения эталона курса АИНС при использовании в её составе ИНС низкого класса точности.

Предлагаемый метод может применяться для АИНС, содержащей не только СД, но и другой астродатчик, визирующий любое астрономическое светило с известными экваториальными координатами.

Планируются дальнейшие исследования АИНС, направленные на разработку модели погрешности в определении высоты Солнца с помощью АИНС, и последующее дополнение приведённого в данной работе материала.

Литература

- 1. Борсоев В. А., Кацура А. В., Степанов А. В. Использование модели инерциальной навигационной системы при проведении испытаний летательных аппаратов // Научный вестник МГТУ ГА, 2016, Том 19, № 05, с. 144–150.
- 2. Пешехонов В. Г., Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем // Гироскопия и навигация, 2022, Том 30, № 1, с. 3–11.
- 3. Аванесов Г. А., Зарецкая Е. В., Зиман Я. Л., Куделин М. И., Никитин А. В., Форш А. А. Оптический солнечный датчик. Особенности конструкции прибора и испытательного оборудования // Механика, управление и информатика, 2009, с. 78–89.
- 4. Дятлов С. А., Бессонов Р. В., Обзор звёздных датчиков ориентации космических аппаратов // Механика, управление и информатика, 2009, № 1, с. 11–31.
- 5. Болотнов С. А., Герасимчук Ю. Н., Шкатов М. Ю., Болотнов А. С., Кондрашкин Г. В. Астрономические инерциальные системы для применения в морских навигационных комплексах // Прикладная фотоника, 2023, Том 10, № 4, с. 89–101.
- 6. Лукин К. Г., Павлов Д. В., Петров М. Н. Разработка алгоритма коррекции показаний БИНС при помощи астронавигационной системы // Вестник Новгородского государственного университета, 2013, Том 2, № 75, с. 31–34.
- 7. Кондрашкин Г. В., Болотнов А. С., Шкатов М. Ю. Исследование погрешностей астроинерциальной навигационной системы в задаче определения истинного курса по данным солнечного датчика // Управление большими системами, 2024, Выпуск 109, с. 198–219.
- 8. Брумберг В. А., Небесная механика: прошлое, настоящее, будущее // Астрономический вестник, 2013, Том 47, N 5, с. 376–389.
- 9. Нахман А. Д. Содержательно-прикладные аспекты изучения понятия «Дифференциал» в курсе математики // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского, 2019, № 3, с. 116–127.
- 10. Воронков С. В., Дроздова Т. Ю. Испытания оптического солнечного датчика на протонном ускорителе // Механика, управление и информатика, 2009, №1, с. 471–478.
- 11. Емельянцев Г. И., Степанов А. П., Блажнов Б. А. О начальной выставке и оценке погрешностей измерительного модуля БИНС с использованием спутниковых фазовых измерений // Гироскопия и навигация, 2019, Том 27, № 1, с. 47–60.
- 12. Степанов М. Е. Некоторые вопросы методики преподавания высшей математики // Моделирование и анализ данных, 2017, № 1, с. 54–94.
- 13. Козик С. В., Денисова А. А., Алцыбеев Г. О. Математическая модель движения навигационных светил на небесной сфере // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2020, Том 12, № 1, с. 35–45.
- 14. Питьева Е. В. ЕРМ2011 Обновленные планетные эфимериды ИПА РАН и их использование для научных исследований // Астрономический вестник, 2013, Том 47, № 5, с. 419–435.
- 15. Железнов Н. Б. Лукашова М. В., Космодамианский Г. А., Глебова Н. И. Астрономические ежегодники института прикладной астрономии РАН // Физика космоса, 2023, с. 29–36.
- 16. Аванесов Г. А., Бессонов Р. В., Куркина А. Н., Людомирский М. Б., Каютин И. С., Ямщиков Н. Е. Принципы построения астроинерциальной навигационной системы авиационного применения // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса, 2013, Том 10, № 2, с. 9–29.
- 17. Герасимчук Ю. Н., Брайткрайтс С. Г., Болотнов С. А., Людомирский М. Б., Каютин И. С., Ямщиков Н. Е., Бессонов Р. В. Основы определения корректирующих поправок в бесплатформенной астроинерциальной навигации // Новости навигации, 2011, № 4, с. 33–39.
- 18. Нгуен В. В., Попов С. С. Применение метода наименьших квадратов и метода Лагранжа при обработке результатов эксперимента // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ «Нацразвитие», 2020, с. 51–53.
- 19. Андреев А. Г., Ермаков В. С., Струк В. К., Мафтер М. Б., Смирнов М. Ю., Левит Г. А. Бесплатформенная модификация морской интегрированной малогабаритной системы навигации и стабилизации «Кама-HC-В» // Навигация и гидрография, 2012, № 34, с. 22–27.
- 20. Сафина Э. Ф., Гринберг А. А., Нурлыгаянова Е. Ф. Астровизирующее устройство для бесплатформенной инерциальной системы // Актуальные проблемы науки и техники, 2023, с. 25–32.

ALGORITHMIC METHOD TO DETERMINE THE STAR SENSOR BASIS IN STELLAR-INERTIAL NAVIGATION SYSTEM BASIS

Kondrashkin G. V.4, Bolotnov A. S.5, Shkatov M. Y.6

Keywords: astronavigation, stellar navigation system, error model, axis binding, stellar sensor.

Abstract

Purpose of work: development of an algorithm, which allows to determine angles of three rotations, characterizing displacements between solar sensor coordinate system and stellar inertial navigation coordinate system, by using stellar sensor and inertial unit measurements.

Research method: mathematical analysis of the expression, which is used for heading determining by using solar sensor data, for solar sensor coordinate system and stellar inertial navigation system displacement angles values mistakes influence on stellar inertial navigation system heading determining full error, executed by calculating partial derivatives, and following determining of the displacement angles values, which corresponds to the minimum of heading determining error, by estimation the measurement selection with using least squares method.

Results of the research: the mathematical algorithm, which allows to determine angular displacement between solar sensor coordinate system and stellar inertial navigation system, which provides minimum of stellar inertial navigation system heading determining error, was developed and verified by experiments.

Practical value: the offered algorithm is universal for using to set stellar inertial navigation systems with different constructions and can be applied for both newly developed and used nowadays stellar inertial navigation system set stands.

References

- 1. Borsoev V. A., Katsura A. V., Stepanov S. M. Implementation of inertial navigation system model during aircraft testing // Civil Aviation High TECHNOLOGIES, 2016, Vol 19, №5, p. 144–150.
- 2. Peshechonov V. G. High-Precision Navigation Independently of Global Navigation Satellite Systems Data // Giroscopiya i Navigatsiya, 2022, Vol 30, №1, p. 3–11.
- 3. Avanesov G. A., Ziman Ya. L., Zareckaya E. V., Kudelin M. I., Nikitin A. V., Forsh A. A. Optical Sun sensor. The features of construction and equipment for tests // Mechanics, Control and Informatics, 2009, №1, p. 78–89.
- 4. Dyatlov S. A., Bessonov R. V. Space aircraft star sensors review // Mechanics, Control and Informatics, 2009, №1, p. 11–31.
- 5. Bolotnov S. A., Gerasimchuk U. N., Shkatov M. U., Bolotnov A. S., Kondrashkin G. V. Astronomical inertial systems for use in marine navigation complexes // Applied photonics, 2023. Vol 10, № 4, p. 89–101.
- 6. Lukin K. G., Pavlov D. V., Petrov M. N. The development of correction algorithm for the readings of platformless INS using astronavigation system // Vestnic NovSU, 2013, Vol 2, № 75, p. 31–34.
- 7. Kondrashkin G. V, Bolotnov A. S., Shkatov M. U. Research of stellar navigation system errors in the problem of the true course determining by solar sensor data // Large-scale system control, 2024, № 109, p. 198–219.
- 8. Brumberg V. A. Celestial mechanics: past, present, future // Solar system research, 2013, Vol 47, № 5, p. 347–358.
- 9. Nakhman A. D. Content-applied aspects of studying the concept of differential in the course of mathematics // Problems of Contemporary Sciense and Practice. Vernadsky University, 2019. № 3, p. 116–127.
- 10. Voronkov S. V., Drozdova T. U. Tests of optical Sun sensor in proton accelerator // Mechanics, Control and Informatics, 2009, № 1, p. 471–478.
- 11. Emel'yantsev G. I., Stepanov A. P., Blazhnov B. A. Initial Alignment of SINS Measuring Unit and Estimation of Its Errors Using Satelitte Phase Measurements // Giroscopiya i Navigatsiya, 2019, Vol 27, № 1, p. 47–60.

DOI: 10.21681/3034-4050-2025-5-55-66

⁴ Georgy V. Kondrashkin, postgraduate student, engineer of the Innovative Technology Center of the Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia. E-mail: yaegor93@mail.ru

⁵ Albert S. Bolotnov, Postgraduate Student, Engineer of the Innovative Technology Center of the Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia. E-mail: bolotnovalbert@mail.ru

⁶ Mikhail Yu. Shkatov, Ph.D. of Technical Sciences, Associate Professor, Researcher of the Innovative Technology Center of the Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia. E-mail: shkatovmikhail@gmail.com

- 12. Stepanov M. E. Some problems of higher mathematic teaching methodic // Modeling and Data Analysis. 2017, №1, p. 54–94.
- 13. Kozik S. V., Denisova A. A., Alcybeev G. O. Mathematical model of the navigational celestial bodies motion on the celestial sphere // Vestnic gosudarstvennogo universiteta morskogo I rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova. 2020. Vol 12, №1, p. 35–45.
- 14. Pitjeva E. V. Updated IAA RAS planetary ephemerides-EPM2011 and their use in scientific research // Solar system research. 2013, Vol 47, № 5, p. 386–402.
- 15. Zheleznov N. B., Lukashova M. V., Kosmodamianskiy G. A., Glebova N. I. Astronomical yearbooks of Institute of applied astronomy of RAS // The space physics. 2023, p. 29–36.
- 16. Avanesov G. A., Bessonov R. V., Kurkina A. N., Ludomirskiy M. B., Kayutin I. S., Yamshikov N. E. The principles of creating airborne stellar-inertial system // Sovremennye problemy distansionnogo zondirovaniya zemli iz kosmosa. 2013, Vol 10, №2, p. 9–29.
- 17. Gerasimchuk Yu. N., Braitkraits S. G., Bolotnov S. A., Lydomirsky M. B., Kayutin I. S., Yamshikov N. E., Bessonov R. V. The basics of the strapdown astro-inertial navigation system correction determination // Navigation news. 2011, № 4, p. 33–39.
- 18. Nguyen S. S., Popov S. S. Application of the least squares method and the Lagrange method in processing of experimental data // Themed collection of papers from international conferences by HNRI «National development». 2020, p. 51–53.
- 19. Andreyev A. G., Yermakov V. S., Struk V. K., Mafter M. B., Levitt G. A., Smirnov M. Y. Strap down modification of the marine integrated small-size navigation and stabilization system «Kama-NS» // Navigation and hydrography. 2012, № 346 p. 22–27.
- 20. Safina E. F., Grinberg A. A., Nurlyigayanova E. F. Star observing device for strap-down inertial nnavigation system // Current problems and technology, 2023, p. 25–32.

