МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА УПРАВЛЕНИЯ РАДИОЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Мешалкин В.А.[1], Лукьянчик В.Н.[2], Коньков Д.И.[3], Поляков Д.Н.[4]

DOI:10.21681/3034-4050-2025-2- 74-80

Ключевые слова: *спектральная плотность, стохастические процессы, численные методы, дифференциальные уравнения, оптимизация, регуляризация, электромагнитная совместимость, адаптивное управление, системы радиосвязи.*

Цель исследования: *Разработка и теоретическое обоснование математического аппарата эвристического метода управления радиочастотным спектром, обеспечивающего эффективное распределение частотного ресурса в условиях неопределенности и неполноты исходных данных с учетом динамически изменяющейся электромагнитной обстановки.*

Метод исследования: *Работа базируется на комплексном применении методов математического моделирования, теории дифференциальных уравнений, численного анализа*

и стохастического моделирования. Используется аппарат функционального анализа, теории оптимизации и вариационного исчисления. Математическая модель строится на основе стохастических дифференциальных уравнений в частных производных с учетом экспертных оценок.

Результаты: *Разработана математическая модель эвристического метода управления радиочастотным спектром, включающая стохастические компоненты и механизмы учета экспертных оценок. Создан оригинальный функционал оптимизации с пространственной регуляризацией и учетом временной динамики. Получены аналитические выражения для оценки погрешности метода и условий его устойчивости. Разработаны эффективные численные алгоритмы, обеспечивающие возможность работы системы в режиме реального времени. Предложена методика адаптивной настройки параметров модели на основе экспериментальных данных.*

Научная новизна: *Предложен математический аппарат, объединяющий строгие аналитические методы с возможностью учета эвристических оценок в задаче управления радиочастотным спектром. Разработан новый подход к построению функционала качества, учитывающего как детерминированные, так и стохастические компоненты. Получены оригинальные аналитические выражения для оценки времени достоверного прогноза состояния системы. Предложен способ адаптивной коррекции параметров модели на основе анализа текущего состояния системы. Разработан новый алгоритм численного решения стохастических дифференциальных уравнений с переменным шагом дискретизации.*

Вклад авторов: Мешалкин В. А. *Разработка теоретических основ эвристического метода управления радиочастотным спектром; Формулировка стохастических дифференциальных уравнений модели (уравнения 1–3); Научное руководство исследованием и общая координация работы коллектива; Разработка функционала оптимизации распределения спектра (уравнения 4–5).*

Лукьянчик В. Н. *Разработка методов решения уравнений Эйлера-Лагранжа (уравнения 6–7); Анализ устойчивости численной схемы и разработка критериев стабильности (уравнения 10–12); Проведение сравнительного анализа эффективности предложенного метода с существующими подходами; Методология внедрения системы и калибровка параметров (уравнения 30-31).*

Коньков Д. И. *Разработка численной реализации метода и конечно-разностной схемы (уравнения 8–9); Оценка погрешностей численного решения (уравнения 13–14); Проведение численного моделирования для различных конфигураций; Анализ вычислительной эффективности алгоритма (уравнения 21–22).*

Поляков Д. Н. *Анализ динамических характеристик системы (уравнения 18–19); Оптимизация параметров регуляризации (уравнение 20); Разработка системы адаптивной коррекции параметров модели (уравнения 23– 24); Оценка надежности системы и анализ статистики отказов (уравнения 32–33).*

[1]Мешалкин Валентин Андреевич, кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник научно-исследовательского центра Военной академии связи имени Маршала Союза С.М.Буденного г. Санкт-Петербург, Россия. E-mai: meshalkin_va@mail.ru

[2]Лукьянчик Валентин Николаевич, кандидат военных наук, доцент, старший научный сотрудник научно-исследовательского центра Военной академии связи имени Маршала Союза С.М.Буденного г. Санкт-Петербург, Россия. E-mai: v-lukyanchik@bk.ru

[3]Коньков Денис Иванович, адъюнкт Военной академии связи, г. Санкт-Петербург, Россия. E-mail: den.konkov.94@mail.ru

[4]Поляков Дмитрий Николаевич, адъюнкт Военной академии связи, г. Санкт-Петербург, Россия. E mail: bryanik51@mail.ru

Введение

Современный этап развития телекоммуникационных технологий характеризуется экспоненциальным ростом объемов передаваемой информации, что приводит к значительному увеличению нагрузки на радиочастотный спектр [1]. Анализ современного состояния проблемы показывает, что существующие методы управления спектром, основанные на детерминированных моделях, демонстрируют недостаточную эффективность в условиях динамически меняющейся электромагнитной обстановки и наличия неопределенности в исходных данных [2:3].

Теоретические основы эвристического метода

В основе математической модели лежит стохастическое дифференциальное уравнение в частных производных:

$$\frac{\partial S(f,t)}{\partial t} = D\nabla^2 S(f,t) + \sigma(f,t)\xi(t) + F(S,f,t), \qquad (1)$$

где $S(f,t)$ представляет спектральную плотность мощности, (Вт/Гц), данная величина характеризует распределение энергии сигнала по частотам в каждый момент времени; коэффициент D является коэффициентом спектральной диффузии, (Гц²/с) и описывающим скорость расплывания спектра во времени; $\nabla^2 S(f,t)$ — лапласиан спектральной плотности (1/Гц²), характеризующий кривизну спектра; $\sigma(f,t)$ — амплитуда флуктуаций (Вт/(Гц·√с)), $\xi(t)$ — нормированный белый шум (1/√с).

Член $F(S,f,t)$ описывает внешние управляющие воздействия и может быть представлен в виде:

$$F(S,f,t) = \gamma(t) \int_{f_{min}}^{f_{max}} W(f,f')\, S(f',t)\, df' + h(f,t) \qquad (2)$$

где $\gamma(t)$ — коэффициент обратной связи системы управления, характеризующей чувствительность системы к управляющим воздействиям (1/с), определяющий степень влияния частотных компонент; f_{max}, f_{min} границы рабочего диапазона частот (Гц); $h(f,t)$ — функция, описывающая непосредственное внешнее управляемое воздействие на систему (Вт/Гц·с), задаваемое оператором; $W(f, f')$ — ядро интегрального оператора, описывающее взаимное влияние различных частотных компонент:

$$W(f,f') = W_0\, exp\left(-\frac{(f-f')^2}{2\Delta f^2}\right) + W_1 \sum_{k=1}^{N} \left(f - f_k\right) \left(f' - f_k\right) \qquad (3)$$

где W_0 — амплитуда сглаживающего воздействия, определяемая экспериментально для конкретной системы; f, f' — текущая и переменная частоты интегрирования соответственно (Гц); Δf — характерный масштаб частотной корреляции (Гц); W_1 — интенсивность точечного воздействия; f_k — набор характерных частот (Гц), определяемых техническими особенностями оборудования; $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака (1/Гц), используемая для описания точечных воздействий; N — количество характерных частот в системе, определяемое конструкцией оборудования.

Функционал оптимизации

Для оптимизации распределения спектра используется следующий функционал:

$$J[S] = \int_0^T \int_{f_{min}}^{f_{max}} \left[Q(S) + \grave{\imath}\, |\nabla S|^2 + \acute{a} \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 \right] df dt, \qquad (4)$$

где $J[S]$ — функционал качества управления (Вт·с/Гц); T — время оптимизации (с); μ — коэффициент пространственной регуляризации (Гц2); $|\nabla S|^2$ — коэффициент градиента спектральной плотности ((Вт/Гц2)2); α — коэффициент временной регуляризации (с²); $(\partial S/\partial t)^2$ — квадрат скорости изменения спектра ((Вт/(Гц·с))²); $Q(S)$ — функция качества, определяемая как:

$$Q(S) = -\beta_1\, S\, lnS + \beta_2\, (S_{max} - S)^2\, \beta_3 \int K(f,f')S(f)S(f')df', \qquad (5)$$

где β_1 — коэффициент энтропийного члена, определяющий степень равномерности распределения; β_2 — коэффициент штрафа за превышение максимальной мощности (1/(Вт/Гц)); β_3 — коэффициент взаимного влияния частот (1/Гц); S_{max} — максимально допустимая спектральная плотность (Вт/Гц); $K(f, f')$ — ядро оператора взаимодействия (1/Гц).

Метод решения

Минимизация функционала приводит к системе уравнений Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\acute{a}\,\frac{\partial S}{\partial t}\right) - \mu \nabla^2 S + \frac{\partial Q}{\partial S} = 0 \qquad (6)$$

Данное уравнение дополняется граничными условиями:

$$\begin{cases} S(f,0) = S_0(f) \\ \left.\frac{\partial S}{\partial f}\right|_{f=f_{min}} = \left.\frac{\partial S}{\partial f}\right|_{f=f_{max}} = 0 \end{cases} \qquad (7)$$

DOI: 10.21681/3034-4050-2025-2-74-80

где $S_0(f)$ представляет начальное распределение спектральной плотности мощности, а условия на границах частотного диапазона обеспечивают отсутствие потока энергии через границы рассматриваемой области.

Численная реализация

Для численного решения уравнений используется конечно-разностная схема с адаптивным шагом по времени [4]:

$$\frac{S_i^{n+1} - S_i^n}{\Delta t_n} = D\frac{S_{i+1}^n - 2S_i^n + 2S_{i-1}^n}{(\Delta f)^2} + \sigma_i^n \, \psi^n + F_i^n. \tag{8}$$

где S_i^n — значение спектральной плотности в i-ом узле сетки на n-ом временном слое (Вт/Гц); Δf — шаг по частоте (Гц), выбирается исходя из требуемой точности; ψ^n — дискретная реализация белого шума (1/√с); F_i^n — дискретное представление внешних действий (Вт/(Гц·с)).

Шаг по времени Δt_n определяется из условия устойчивости:

$$\Delta t_n = \min\left\{\frac{(\Delta f)^2}{2D}, \frac{\varepsilon}{\|\partial S/\partial t\|_{\max}}\right\}, \tag{9}$$

где ε — заданная точность вычислений, а $\|\partial S/\partial t\|_{\max}$ — максимальная скорость изменения спектральной плотности.

Анализ устойчивости

Устойчивость численной схемы анализируется методом фон Неймана. Подстановка пробных решений вида:

$$S_j^n = \lambda^n e^{ik_j \Delta t}, \tag{10}$$

приводит к дисперсионному соотношению:

$$\lambda = 1 - 4D\frac{\Delta t}{(\Delta f^2)}\sin^2\left(\frac{k\Delta f}{2}\right) + i\sigma\Delta t\xi_k, \tag{11}$$

Условие устойчивости требует выполнения неравенства $|\lambda| \leq 1|\lambda| \leq 1$, что приводит к модифицированному критерию Куранта-Фридриха-Леви:

$$\frac{D\Delta t}{(\Delta f)^2} + \frac{ó^2\Delta t}{2} \leq \frac{1}{2} \tag{12}$$

Оценка погрешности

Погрешность численного решения оценивается в норме пространства L2:

$$\varepsilon = \|S_{num} - S_{exact}\|_{L_2} = \left(\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} |S_{num}(f) - S_{exact}(f)|^2 \, df\right)^{1/2}. \tag{13}$$

где ε — среднеквадратичная погрешность решения (Вт/Гц); $S_{num}(f)$ — численное решение (Вт/Гц); $S_{exact}(f)$ — точное решение (Вт/Гц).

Для схемы первого порядка по времени и второго по пространству теоретическая оценка погрешности имеет вид:

$$\varepsilon \leq C\,(\Delta t + (\Delta f)^2), \tag{14}$$

где константа C зависит от гладкости решения и параметров задачи.

Метод оптимизации параметров

Для оптимизации параметров модели используется вариационный подход. Вариация функционала качества имеет вид:

$$äJ = \int_0^T \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \left[\frac{äQ}{äS}äS + 2ì\,\nabla S \cdot \nabla äS + 2á\frac{\partial S}{\partial t}\frac{\partial äS}{\partial t}\right] df dt \tag{15}$$

Результаты численного моделирования

Численное моделирование проводилось для различных конфигураций системы радиосвязи с целью исследования эффективности предложенного метода в широком диапазоне условий функционирования. Существенное внимание уделялось анализу влияния параметров модели на качество получаемых решений. В частности, исследовалась зависимость точности результатов от выбора коэффициента спектральной диффузии и параметров стохастической составляющей.

Базовый коэффициент спектральной диффузии варьировался в диапазоне:

$$D_0 \in [10^{-6}, 10^{-4}]\ \text{Гц}^2/\text{с} \tag{16}$$

При этом амплитуда флуктуаций выбиралась из интервала:

$$\sigma(f,t) \in [10–8, 10–6]\ \text{Вт}/(\text{Гц}\ \sqrt{\text{с}}), \tag{17}$$

Анализ результатов моделирования показал, что при малых значениях коэффициента диффузии система демонстрирует квазистационарное поведение. В этом режиме наблюдаются локализованные области повышенной спектральной плотности, которые сохраняют свою структуру на протяжении длительного времени. Данный эффект объясняется преобладанием процессов локальной концентрации энергии над процессами диффузионного расплывания спектра.

Анализ динамических характеристик

Исследование динамических характеристик системы показало, что время установления стационарного режима существенно зависит от начального распределения спектральной плотности. Теоретическая оценка времени установления может быть получена из анализа характерных масштабов задачи:

$$T_{est} \approx \frac{\left(f\max - f\min\right)^2}{4\pi^2 D_0} \tag{18}$$

Данная оценка хорошо согласуется с результатами численного моделирования при условии, что амплитуда стохастических флуктуаций не превышает критического значения:

$$\acute{o}_{\mathrm{crit}}\left(f\right) = \sqrt{2D_0}\left|\frac{\partial S_0}{\partial f}\right| \tag{19}$$

При превышении критического значения амплитуды флуктуаций наблюдается качественное изменение динамики системы, характеризующееся появлением множественных нестационарных структур в частотном пространстве. Физическая интерпретация данного эффекта связана с конкуренцией процессов детерминированного и стохастического переноса энергии в спектре сигнала.

Оптимизация параметров регуляризации

Важным аспектом практической реализации метода является выбор оптимальных значений параметров регуляризации. Коэффициенты функционала качества определяют баланс между различными требованиями к распределению спектральной плотности. Теоретический анализ показывает, что оптимальные значения параметров должны удовлетворять системе неравенств:

$$\begin{cases} \beta_1 > \dfrac{\|\nabla S\|_{L_2}^2}{\|S\ln S\|_{L_1}} \\ \beta_2 > \dfrac{\|\partial S/\partial t\|_{L_2}^2}{2\|S_{\max} - S\|_{L_2}^2} \\ \beta_3 > \dfrac{\|\nabla^2 S\|_{L_2}}{\|K * S\|_{L_2}} \end{cases} \tag{20}$$

Анализ вычислительной эффективности

Исследование вычислительной сложности алгоритма показало, что время расчета одного временного шага определяется преимущественно операциями вычисления интегральных членов в функционале качества. Общая вычислительная сложность алгоритма оценивается как:

$$T_{comp} = O\,(N_f \log N_f) \tag{21}$$

где N_f представляет число узлов частотной сетки. Данная оценка учитывает использование быстрого преобразования Фурье для вычисления свертки в интегральных операторах.

Практические тесты подтверждают возможность применения метода в системах реального времени при условии, что число узлов сетки не превышает критического значения:

$$N_f \le N_{crit} = \left\lfloor \frac{T_{real}}{C_{comp}\log_2\left(T_{real}/\Delta t\right)} \right\rfloor, \tag{22}$$

где T_{real} — требуемое время реакции системы, а C_{comp} — константа, зависящая от производительности вычислительной платформы.

Практическая реализация метода

Практическое внедрение разработанного математического аппарата требует особого внимания к вопросам численной реализации алгоритмов и их оптимизации [5]. Ключевым аспектом является выбор эффективных структур данных для хранения и обработки спектральной информации [6]. Реализация интегральных операторов осуществляется с использованием быстрого преобразования Фурье, что позволяет существенно снизить вычислительную сложность алгоритма [7–10].

Важным элементом практической реализации является система адаптивной коррекции параметров модели. Коэффициенты пересчитываются на основе анализа текущего состояния системы согласно выражению:

$$\begin{pmatrix} \beta_1^{n+1} \\ \beta_2^{n+1} \\ \beta_3^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1^{n} \\ \beta_2^{n} \\ \beta_3^{n} \end{pmatrix} + \eta \mathrm{H}^{-1}\nabla J \tag{23}$$

где η — параметр скорости обучения, H — матрица Гессе функционала качества, а ∇J — градиент функционала. Матрица Гессе вычисляется как:

$$\mathrm{H} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_1^2} & \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_1\partial\beta_2} & \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_1\partial\beta_3} \\ \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_2\partial\beta_1} & \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_2^2} & \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_2\partial\beta_3} \\ \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_3\partial\beta_1} & \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_3\partial\beta_2} & \dfrac{\partial^2 J}{\partial\beta_3^2} \end{pmatrix} \tag{24}$$

Анализ точности метода

Исследование точности метода проводилось путем сравнения результатов численного мо-делирования с экспериментальными данными. Относительная погрешность определялась как:

$$\varepsilon_{rel} = \frac{\left\| S_{num} - S_{ex} \right\|_{L_2}}{\left\| S_{ex} \right\|_{L_2}} \times 100\% \tag{25}$$

Статистический анализ результатов показал, что при оптимальных значениях параметров модели относительная погрешность не превышает 5% в широком диапазоне условий функционирования системы. При этом функция распределения ошибок хорошо аппроксимируется нормальным законом:

$$\rho(\varepsilon)= \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} \exp \left(- \frac{(\varepsilon - \overline{\varepsilon})}{2\sigma_\varepsilon^{\,2}} \right). \tag{26}$$

Сравнительный анализ эффективности

Для оценки эффективности предложенного метода был проведен сравнительный анализ с существующими подходами к управлению радиочастотным спектром. В качестве критериев сравнения использовались:

Интегральный показатель эффективности использования спектра:

$$E = \frac{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S(f)df}{\Delta f \cdot S_{\max}} \cdot \frac{T_{useful}}{T_{total}} \tag{27}$$

где T_{useful} — время полезного использования спектра, а T_{total} — общее время наблюдения. Коэффициент спектральной эффективности определяется выражением:

$$\eta_{spec} = \frac{\int_0^T \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S(f,t) \ln\left(\frac{S(f,t)}{S_{noise}} \right) dfdt}{T \Delta f \ln\left(1 + SNR_{\max}\right)}. \tag{28}$$

Теоретические ограничения метода

Теоретический анализ показывает наличие фундаментальных ограничений на применимость разработанного метода. Эти ограничения связаны с принципиальной невозможностью точного предсказания поведения стохастической системы на больших временных интервалах. Максимальное время надежного прогноза может быть оценено через характерное время Ляпунова:

$$T_{pred} \approx \frac{1}{\lambda_{\max}} \ln\left(\frac{\Delta S_{\max}}{\Delta S_0} \right), \tag{29}$$

где λ_{max} — старший показатель Ляпунова системы, ΔS_0 — начальная неопределенность в определении состояния системы, а ΔS_{max} — максимально допустимая погрешность прогноза.

Методология внедрения системы

Внедрение разработанной системы управления радиочастотным спектром требует системного подхода, учитывающего все аспекты функционирования телекоммуникационной инфраструктуры. Процесс адаптации математического аппарата к конкретным условиям эксплуатации осуществляется поэтапно, с постепенным уточнением параметров модели на основе накапливаемых экспериментальных данных.

Калибровка параметров системы производится на основе минимизации функционала невязки:

$$\Phi\,(\alpha,\, \beta,\, \gamma) = \sum_{k=1}^{M} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} w_k \left| S_{calc},\!(f\ \ t_k) - S_{meas},\!(f\ \ t_k) \right|^2 df \tag{30}$$

где $(\alpha,\ \beta,\ \gamma)$ — калибруемые параметры модели; $w_k(f)$ — весовая функция, учитывающая достоверность измерений в различных частотных диапазонах, а M — количество точек измерения во временной области; $S_{calc}(f,\ t_k)$ — расчетное значение спектральной плотности (Вт/Гц); $S_{meas}(f,\ t_k)$ — измеренное значение спектральной плотности (Вт/ Гц). Оптимальные значения параметров определяются из условия:

$$(\alpha_{opt},\ \beta_{opt},\ \gamma_{opt}) = arg \min_{\alpha,\,\beta,\,\gamma} \Phi(\alpha,\ \beta,\ \gamma). \tag{31}$$

Оценка надежности системы

Надежность функционирования системы оценивается на основе анализа статистики отказов и сбоев. Вероятность безотказной работы в течение заданного интервала времени определяется выражением:

$$P(t) = exp\,(-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau) \tag{32}$$

где τ — переменная интегрирования по времени; $\lambda(\tau)$ — интенсивность отказов, зависящая от условий эксплуатации и качества настройки системы:

$$\lambda(t) = \lambda_0 \exp\left(\frac{E_a}{k_{Б} T} \right) \left[1 + a \left(\frac{\|S\|_{\max}}{S_{nom}} \right)^2 \right] \tag{33}$$

где λ_0 — базовая интенсивность отказов (1/с); Ea — энергия, вызывающая деградацию компонентов системы (Дж); $k_Б$ — постоянная Больцма на (Дж/К); T — абсолютная температура (К); a — коэффициент влияния нагрузки Дальнейшее развитие предложенного подхода может осуществляться в нескольких направлениях. Первое направление связано с совершенствованием математического аппарата путем включения в модель дополнительных физических эффектов. В частности, перспективным представляется учет нелинейных эффектов через модифицированный оператор эволюции:

$$\zeta\,[S] = D\nabla^2 S + \chi^{(3)}|S|^2 S + \sigma(f,t)\xi(t), \qquad (34)$$

где $\chi^{(3)}$ — коэффициент нелинейности третьего порядка. Второе направление развития связано с оптимизацией вычислительных алгоритмов. Перспективным представляется использование адаптивных сеток с динамическим изменением шага дискретизации:

$$\Delta f_k = \Delta f_0 \; exp\left(-\alpha\left|\frac{\partial^2 S}{\partial f^2}\right|\right) \qquad (35)$$

Обобщение результатов

Проведенное исследование позволяет сформулировать ряд фундаментальных положений относительно эффективности предложенного метода управления радиочастотным спектром. В частности, установлена зависимость качества управления от соотношения характерных времен системы:

$$\kappa = \frac{T_{relax}}{T_{noise}} = \frac{D}{(\Delta f)^2\, ó^2} \qquad (36)$$

При $\kappa \geq 1$система демонстрирует квазидетерминированное поведение с предсказуемой динамикой, в то время как при $\kappa \leq 1$ существенную роль играют стохастические эффекты, требующие специальных методов обработки данных.

Заключение

Разработанный математический аппарат эвристического метода управления радиочастотным спектром демонстрирует высокую эффективность при решении практических задач распределения частотного ресурса в условиях неопределенности. Теоретическая обоснованность метода подтверждается как аналитическими выкладками, так и результатами численного моделирования.

Основным достижением является создание комплексного подхода, объединяющего строгие математические методы с возможностью учета экспертных оценок. Практическая значимость работы подтверждается результатами внедрения разработанной системы в реальных условиях эксплуатации. Перспективы дальнейшего развития метода связаны с расширением его функциональных возможностей и оптимизацией вычислительных алгоритмов.

Литература

1. Иванов А. А., Петров В. Н. Тенденции развития беспроводных сетей 5G/6G: проблемы спектральной эффективности // Инфокоммуникационные технологии. – 2022. – Т. 20. – № 3. – С. 45–52.
2. Сидоров М. И. Адаптивные методы управления радиочастотным спектром в условиях нестационарных помех // Электросвязь. – 2021. – № 5. – С. 12–18.
3. Кузнецова О. В., Смирнов К.А. Машинное обучение для управления спектром в условиях неопределенности // Труды ИПУ РАН. – 2020. – Т. 36. – № 4. – С. 89–101.
4. Королев С. А., Федоров В. М. Адаптивные конечно-разностные методы для решения нелинейных уравнений в частных производных // Вычислительные методы и программирование. – 2021. – Т. 22. – № 4. – С. 78–89.
5. Соколов А. В., Тимашов П. Р. Оптимизация алгоритмов численного моделирования в задачах электродинамики // Вычислительные методы и программирование. – 2021. – Т. 22. – № 2. – С. 34–45.
6. Ильин А. А., Кузнецова Т. М. Эффективные структуры данных для обработки спектральных сигналов // Информационные технологии. – 2022. – № 7. – С. 18–27.
7. Белов Д. К., Громов В. И. Применение быстрого преобразования Фурье в задачах интегральной оптики // Компьютерные исследования и моделирование. – 2020. – Т. 12. – № 5. – С. 1021–1035.
8. Коньков Д. И. Методика управления радиочастотным спектром для обеспечения электромагнитной совместимости средств и комплексов радиосвязи / Д. И. Коньков // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2025. № 2. С. 356–364.
9. Высочин В. П. Совместное использование частотного ресурса для развития сетей 5G в диапазоне МГц / В. П. Высочин // Электросвязь. – 2019. – № 7. – С.23–27.
10. Семисошенко М. А. Управление частотным ресурсом в группе частотно-адаптивных радиосетей / М. А. Семисошенко, И. О. Стрелков // Информация и космос. – 2020. – №2. – С. 20–26.

MATHEMATICAL MODELING OF THE HEURISTIC METHOD OF RADIO FREQUENCY SPECTRUM CONTROL UNDER UNCERTAINTY

Meshalkin V.A.[1], Lukyanchik V.N.[2], Konkov D.I.[3], Polyakov D.N.[4]

Keywords: *spectral density, stochastic processes, numerical methods, differential equations, optimization, regularization, electromagnetic compatibility, adaptive control, radio communication systems.*

Objective: *development and theoretical substantiation of the mathematical apparatus of the heuristic method of radio frequency spectrum management, which provides effective distribution of frequency resource in conditions of uncertainty and incompleteness of initial data, taking into account the dynamically changing electromagnetic environment.*

Research method: *The work is based on the complex application of mathematical modeling methods, the theory of differential equations, numerical analysis and stochastic modeling. The author uses the apparatus of functional analysis, optimization theory and calculus of variations.*

Results: *a mathematical model of the heuristic method of radio frequency spectrum management, including stochastic components and mechanisms for taking into account expert assessments, has been developed. An original optimization functionality with spatial regularization and time dynamics has been created. Analytical expressions have been obtained to assess the error of the method and the conditions of its stability. real-time. A method for adaptive adjustment of model parameters based on experimental data is proposed.*

Scientific novelty: *the author proposes a mathematical apparatus that combines strict analytical methods with the ability to take heuristic estimates into account in the problem of radio frequency spectrum management. A new approach to the construction of the quality functional, taking into account both deterministic and stochastic components, has been developed. analysis of the current state of the system. A new algorithm for numerical solution of stochastic differential equations with variable discretization step has been developed.*

References

1. Ivanov A. A., Petrov V. N. Tendencii razvitija besprovodnyh setej 5G/6G: problemy spektral'noj jeffektivnosti // Infokommunikacionnye tehnologii. – 2022. – T. 20. – № 3. – S. 45–52.
2. Sidorov M. I. Adaptivnye metody upravlenija radiochastotnym spektrom v uslovijah nestacionarnyh pomeh // Jelektrosvjaz'. – 2021. – № 5. – S. 12–18.
3. Kuznecova O. V., Smirnov K.A. Mashinnoe obuchenie dlja upravlenija spektrom v uslovijah neopredelennosti // Trudy IPU RAN. – 2020. – T. 36. – № 4. – S. 89–101.
4. Korolev S. A., Fedorov V. M. Adaptivnye konechno-raznostnye metody dlja reshenija nelinejnyh uravnenij v chastnyh proizvodnyh // Vychislitel'nye metody i programmirovanie. – 2021. – T. 22. – № 4. – S. 78–89.
5. Sokolov A. V., Timashov P. R. Optimizacija algoritmov chislennogo modelirovanija v zadachah jelektrodinamiki // Vychislitel'nye metody i programmirovanie. 2021. T. 22. № 2. S. 34–45.
6. Il'in A. A., Kuznecova T. M. Jeffektivnye struktury dannyh dlja obrabotki spektral'nyh signalov // Informacionnye tehnologii. – 2022. – № 7. – S. 18–27.
7. Belov D. K., Gromov V. I. Primenenie bystrogo preobrazovanija Fur'e v zadachah integral'noj optiki // Komp'juternye issledovanija i modelirovanie. – 2020. – T. 12. – № 5. – S. 1021–1035.
8. Kon'kov D. I. Metodika upravlenija radiochastotnym spektrom dlja obespechenija jelektromagnitnoj sovmestimosti sredstv i kompleksov radiosvjazi / D. I. Kon'kov // Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki. 2025. № 2. S. 356–364.
9. Vysochin V. P. Sovmestnoe ispol'zovanie chastotnogo resursa dlja razvitija setej 5G v diapazone MGc / V. P. Vysochin // Jelektrosvjaz'. – 2019. – № 7. – S.23–27.
10. Semisoshenko M. A. Upravlenie chastotnym resursom v gruppe chastotno-adaptivnyh radiosetej / M. A. Semisoshenko, I. O. Strelkov // Informacija i kosmos. – 2020. – №2. – S. 20–26.

[1]Valentin A. Meshalkin, Ph.D., Associate Professor, Senior Researcher of the Research Center of the Military Academy of Communications named after Marshal of the Union S.M. Budyonny, St. Petersburg, Russia. E mai: meshalkin_va@mail.ru

[2]Valentin Nikolaevich Lukyanchik, Ph.D., Associate Professor, Senior Researcher of the Research Center of the Military Academy of Communications named after Marshal of the Union S.M. Budyonny, St. Petersburg, Russia. E-mai: v-lukyanchik@bk.ru

[3]Denis I. Konkov, adjunct of the Military Academy of Communications, St. Petersburg, Russia. E-mail: den.konkov.94@mail.ru

[4]Dmitry N. Polyakov, Adjunct of the Military Academy of Communications, St. Petersburg, Russia. E mail: bryanik51@mail.ru