ТЕОРЕТИКО-ИНФОРМАЦИОННАЯ ОЦЕНКА УСЛОВИЙ ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЙ ТРЕХСОСТАВНОГО ДИСКРЕТНОГО ШИРОКОВЕЩАТЕЛЬНОГО КАНАЛА СВЯЗИ

Остроумов О. А.[1], Синюк А. Д.[2]

DOI:10.21681/3034-4050-2026-6-2-11

Ключевые слова: *широковещательный канал связи; общая информация; код канала связи; скорость кода; вероятность ошибочного декодирования, время передачи сообщения, неопределенность широковещательного канала связи, коэффициент выигрыша по времени передачи сообщений.*

Аннотация

Цель работы: *состоит в оценке условий передачи сообщений в трехсоставном дискретном широковещательном канале связи, которые позволят обоснованно производить выбор режима передачи информации обеспечивающего минимизацию затрачиваемого времени.*

Метод исследования: *теория вероятностей, теория информации, теория помехоустойчивого кодирования сообщений.*

Результаты исследования: *выполнен анализ предварительных результатов исследований модели широковещательного канала с тремя составляющими, каждая из которых моделируется дискретным симметричным каналом связи без памяти. Произведена постановка задачи кодирования канала. Показаны канальный код, информационная скорость, вероятность ошибочного декодирования общей информации канала. Приведено теоретико-информационное обоснование возможности выигрыша по времени передачи сообщений в канале. Выполнена оценка условий, обеспечивающих минимизацию времени передачи сообщений канала на основе расчета введенного коэффициент выигрыша по времени передачи сообщений. Определены преимущественные условия использования канала по выбранному критерию. Показана связь полученных результатов с исследованиями теоретико-информационной эффективности различных известных моделей широковещательных каналов. Сформулированы направления дальнейших исследований. Выработаны рекомендации по использованию полученных результатовоценка потенциальных условий получения выигрыша по времени передачи информации в трехсоставном дискретном широковещательном канале связи, которая углубляет и расширяет известные оценки информационной эффективности различных каналов и может использована при разработке современных телекоммуникационных систем, включающих различные каналы связи.*

Научная новизна: *на основе анализа информационных неопределенностей каналов впервые введен коэффициент, оценивающий потенциальные условия получения выигрыша по времени передачи информации в трехсоставном дискретном широковещательном канале связи.*

Введение

Главной целью телекоммуникационной системы является решение задачи эффективной передачи информации корреспондентами (объектами связи) в рамках этой системы в соответствии с требованиями [1, 2]. Современные системы связи могут включать в своем составе много различных элементов, в том числе и дискретные широковещательные каналы связи (ШВК) [2, 3] в которых возможны временные задержки информационного обмена. В силу сложности теоретического обоснования информационных оценок временной эффективности передачи информации различных моделей ШВК соответствующие доказательства известны только для ограниченного множества ШВК [4, 5, 6, 7].

Актуализируется поиск условий передачи информации в ШВК, обеспечивающих минимизацию времени передачи информации в телекоммуникационных системах с ШВК. В работе выполняется оценка условий, обеспечивающих минимизацию времени передачи сообщений дискретного ШВК, имеющего в своем составе три составляющих канала связи (ТШВК), на основе методологии теории информации [7]. Результаты полученных оценок позволят обоснованно выбирать режим использования ТШВК, который в свою очередь обеспечит повышение временной эффективности ТШВК. Решение этой задачи актуально для различных моделей ШВК [8, 9, 10, 11].

Цель исследования состоит в выполнении оценки условий передачи сообщений ТШВК с точки зрения теории информации, которые позволят обоснованно производить выбор режима передачи информации в исследуемой модели ТШВК обеспечивающие минимизацию времени передачи сообщений.

1 ***Остроумов Олег Александрович***, кандидат технических наук, преподаватель кафедры Военной академии связи им. С. М. Буденного. Санкт-Петербург, Россия. E-mail: oleg-26stav@mail.ru

2 ***Синюк Александр Демьянович***, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры Военной академии связи им. С. М. Буденного. Санкт-Петербург, Россия. E-mail: eentrop@rambler.ru

Возможны несколько режимов передачи в модели ТШВК. Исследуются два основных из них. Один состоит в разделении времени, когда последовательно в течение первого отрезка времени осуществляется передача первому приемнику, в течение второго отрезка времени – второму, в течение третьего – третьему приемнику. Второй метод состоит в том, чтобы вести передачу трем приемникам в одно и то же время. Это декомпозирует рассмотрение режимов использования ТШВК как систему с поочередной передачей информации, которая соответствует случаю разделения времени или систему одновременной передачи информации по ТШВК на предмет получения потенциальных оценок выигрыша по времени передачи информации в сравнении систем между собой. Вводится коэффициент выигрыша по времени передачи сообщений (последовательностей двоичных символов) по ТШВК, равный отношению времен передачи информации в первой системе к его аналогу во второй системе в условиях неограниченного увеличения длины передаваемого сообщения и заданных требований по его достоверности в соответствии с методологией теории информации. Предварительно описываются предварительные результаты исследований [12] и определяется постановка задачи кодирования в ТШВК связывающая между собой антагонистические показатели достоверности и оперативности передачи сообщений. Выполняется оценка коэффициента, которая позволяет определить условия преимущественного использования каждого из режимов передачи ТШВК, обеспечивающие минимизацию времени передачи сообщений. Сформулированы направления дальнейших исследований. Полученные результаты расширяют область известных исследований различных моделей ШВК [9, 11, 13] и могут быть использованы проектировщиками и разработчиками для оценки потенциальных возможностей временной эффективности при построении современных систем связи, включающих широковещательные каналы связи.

Предварительные результаты

Предварительные результаты [12, 14] связаны с разработкой и исследованием информационной эффективности модели ТШВК. Основные элементы модели приведены на рисунке ниже.

В [12] рассмотрена следующая ситуация передачи информации по каналу (рис. 1). Имеется один передатчик (кодер) у объекта связи (корреспондента) A и три независимо работающих приемника (декодера) у объектов связи (ОС) B, C и D, на входы которых поступают выходные сигналы разных каналов.

На передатчик могут поступать сообщения k от источника U_0 [15] (который находится у ОС A), которые он должен передать приемникам 1, 2 и 3 (ОС B, C, и D соответственно) так, чтобы приемники 1, 2 и 3 могли восстановить с произвольно малой вероятностью ошибки сообщения источника U_0. С выхода декодера 1 поступает для ОС B декодированное сообщение k' С выхода декодера 2 поступает для ОС C декодированное сообщение k''. С выхода декодера 3 поступает для ОС D декодированное сообщение k'''. Эта ситуация в [12] названа передачей общей информации по ТШВК для четырех ОС.

Передача сигналов по ТШВК определяется тремя каналами с общим входным алфавитом X, выходными алфавитами Y, M и V, а также матрицами переходных вероятностей $P_1 = \{p(y/x)\}$, $P_2 = \{p(m/x)\}$, $P_3 = \{p(v/x)\}$, $x \in X$, $y \in Y$, $m \in M$, $v \in V$.

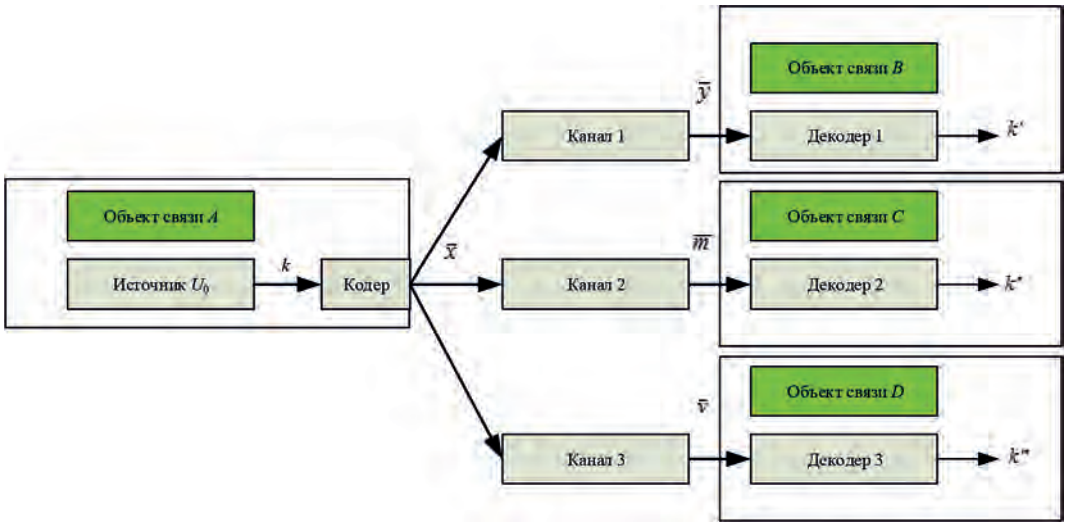

Рис. 1. Модель ТШВК

Исследован дискретный ТШВК без памяти, т. е. такой ТШВК, для которого алфавиты X, V, Y и M конечны и для любых последовательностей $\bar{x} \in X^n$, $\bar{y} \in Y^n$, $\bar{m} \in M^n$, $\bar{v} \in V^n$, где X^n – декартова n-я степень множества X [15], Y^n – декартова n-я степень множества Y, M^n – декартова n-я степень множества M, V^n – декартова n-я степень множества V. Каждая буква выходной последовательности зависит только от входной соответствующей буквы последовательности $\bar{x}$.

Дискретный широковещательный канал без памяти (т.е. ТШВК) обозначен символом $\{X,Y,M,V;p(y/x),p(m/x),p(v/x)\}$, при этом каналы $\{X,Y;p(y/x)\}$, $\{X,M;p(m/x)\}$ и $\{X,V;p(v/x)\}$ называются, как описано в [12], составляющими каналами связи ТШВК. Предполагается, что алфавит, описывающий вход ТШВК, выходные алфавиты составляющих ТШВК совпадают и сами составляющие ТШВК описываются моделями дискретных симметричных каналов (ДСК) без памяти, а в отношении друг друга являются независимыми каналами [16].

Предложена новая информационная мера (ИМ) для модели ТШВК – общая информация (ОИ), которая измеряет количество переданной информации, которое имеет место на входе и выходах исследуемой модели ТШВК. Количеством ОИ $W(x;y;m;v)$ в сообщении $x \in X$ о сообщениях $y \in Y$, $v \in V$ и $m \in M$ называется величина:

$$W(x;y;m;v) = F(x;y;m) - F(x;y;m/v) = \\ = \log\left(\frac{p(x/y)p(x/m)p(x/v)p(x/y,m,v)}{p(x)p(x/y,m)v(x/y,v)v(x/m,v)} \right), \quad (1)$$

где $F(\bullet;\bullet;\bullet)$ – количество совместной информации (СИ) в сообщении и $F(\bullet;\bullet;\bullet/\bullet)$ – условное количество СИ в сообщении определенные в [14, 17].

Математическое ожидание случайной величины (СВ) $W(x;y;m;v)$ из выражения (1) на ансамбле $\{XYMV,p(x;y;m;v)\}$ определяет среднее количество ОИ ансамблей $\{X,p(x)\}$, $\{Y,p(y)\}$, $\{M,p(m)\}$, $\{V,p(v)\}$, которое обозначается как $W(X;Y;M;V)$:

$$W(X;Y;M;V) = MW(x;y;m;v) = \sum_{x\in X}\sum_{y\in Y}\sum_{x\in X}\sum_{m\in M}\sum_{v\in V} \times \\ \times \log\left(\frac{p(x/y)p(x/m)p(x/v)p(x/y,m,v)}{p(x)p(x/y,m)v(x/y,v)v(x/m,v)} \right), \quad (2)$$

где M – символ для обозначения математического ожидания [7].

Исследованы свойства ОИ, которые показывают связь введенной ОИ с известными ИМ взаимной информации и СИ [5, 14].

В целях оценки информационной эффективности ТШВК с использованием выражения (2) введена информационная скорость (ИС) передачи C^* определяющая максимальное значение средней ОИ приходящееся на один переданный канальный символ независимо от длины передаваемого сообщения и закона распределения вероятностей на входе канала:

$$C^* = \max_{\{p(x)\}} W(X;Y;M;V). \quad (3)$$

Выполнена оценка ИС. Произведен анализ условий максимизации информационной скорости, выполнение которых обеспечивает достижение пропускной способности (ПС) ТШВК C^* из выражения (3). Определение ПС ТШВК приведено ниже. Показаны условные связи полученных результатов с известными исследованиями ШВК и выработаны рекомендации по использованию полученных результатов.

Постановка задачи кодирования

Для достижения цели исследования необходимо произвести постановку задачи кодирования в модели ТШВК связывающей показатели достоверности и оперативности передачи сообщений. Введем некоторые определения и пояснения.

Определение 1. Кодом длины n со скоростью R для ТШВК $\{X,Y,M,V;p(y/x),p(m/x),p(v/x)\}$ называется совокупность $G(n,R)$, $G(n,R) = \{\bar{x}_k,S_k,Q_k,N_k\}$, $\bar{x}_k \in X^n$, $S_k \subseteq Y^n$, $Q_k \subseteq M^n$, $N_k \subseteq V^n$, $k = 1$, $M_0 = 2^{nR}$, причем множества S_k и $S_{k'}$, множества Q_k и $Q_{k'}$, а также множества N_k и $N_{k'}$ не пересекаются при $k \neq k'$. Последовательности $\bar{x}_k$ называются кодовыми словами кода, а множества S_k, Q_k и N_k – решающими областями для приемников 1, 2 и 3 соответственно.

Процесс кодирования [12, 18] кодом $G(n,R)$ (заданного в соответствии с Определением 1) осуществляется следующим образом. Если на выходе источника U_0 появляется сообщение с номером k, то по ТШВК передается кодовое слово $\bar{x}_k$. При этом число M_0 представляет собой количество элементов в множестве сообщений источника U_0. Число R

$$R = \frac{\log M_0}{n} \quad (4)$$

представляет собой скорость передачи [14, 18, 19] общей информации в модели ТШВК.

Если задан код, то тем самым задано как множество кодовых слов, так и правило, по которому приемник принимает решение о переданном кодовом слове: если на выходах канала появляется последовательности $\bar{y} \in S_k$, $\bar{m} \in Q_k$, $\bar{v} \in N_k$, то приемники 1, 2, 3 принимают решение о том, что передавалось слово $\bar{x}_k$.

Скоростью кода (или скоростью передачи) называется величина, определенная в [14, 18, 19] согласно выражению (4), где M_0 – объем и n – длина кода.

Работа приемников 1, 2, 3 (в процессе декодирования [14, 19]) при передаче по ТШВК с помощью кода $G(n, R)$ осуществляется следующим образом. Если $y \in S_k$, то приемник 1 выносит решение о том, что на выходе источника U_0 появилось сообщение с номером k. Приемники 2 и 3 работают аналогично, используя решающие области Q_k и N_k.

Если заданы некоторый канал и код, то можно определить вероятность ошибки декодирования данного кода при передаче по данному каналу. Пусть передается слово $\bar{x}_k$ некоторого фиксированного кода $G(n, R)$, тогда обозначая через λ_k вероятность ошибки декодирования [18] при условии передачи слова $\bar{x}_k$, получим

$$\lambda_k = 1 - \sum_{\substack{\bar{y} \in S_k, \\ \bar{m} \in Q_k \\ \bar{v} \in N_k}} p(\bar{y},\bar{m},\bar{v}/\bar{x}_k). \quad (5)$$

В качестве количественной меры надежности (достоверности) передачи с помощью кода $G(n, R)$ можно использовать две величины [14, 18] с использованием выражения (5). Первая – максимальная вероятность ошибочного декодирования:

$$\Lambda = \max\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{M_0}\}. \quad (6)$$

Альтернативой к первой оценке (6) выступает вторая – средняя вероятность ошибочного декодирования:

$$\lambda = \sum_{k=1}^{M_0} \lambda_k p(\bar{x}_k), \quad (7)$$

где $p(\bar{x}_k)$ – вероятность передачи k-го кодового слова.

Так как распределение вероятностей $p(\bar{x}_k)$ характеризует источник сообщений [5, 18] и никак не связано ни с каналом, ни с кодом, то средняя вероятность ошибки декодирования из выражения (7) часто определяется следующим образом – [18, 19]:

$$\lambda = \frac{1}{M_0} \sum_{k=1}^{M_0} \lambda_k. \quad (8)$$

Основной теоретико-информационной задачей при рассмотрении кодирования в ТШВК является определение его пропускной способности [5]. С использованием результатов из [12, 14] определим этот термин для модели ТШВК.

Определение 2. Пропускной способностью ТШВК называется максимальное число C^* такое, что для любого сколь угодно малого δ, $\delta > 0$, и для любого R, $R < C^*$ существует код $G(n, R)$ такой, что максимальная вероятность ошибки (см. выражение (6)) удовлетворяет неравенству

$$\Lambda < \delta. \quad (9)$$

Из определения 2 следует, что C^* – это верхняя грань скоростей кодов, для которых выполняется (9), поэтому передача с произвольно малой вероятностью ошибки при скоростях $R > C^*$ невозможна и, следовательно, для любого $R > C^*$ существует положительное число δ' такое, что $\Lambda \geq \delta'$ для любого n и любого кода $G(n, R)$. Кроме этого выполнение условия (9) обеспечивает выполнение подобного условия для средней вероятности ошибки декодирования из выражения (8).

Теоретико-информационное обоснование возможности выигрыша по времени передачи сообщений различных режимов ТШВК

Один из возможных режимов передачи по ТШВК состоит в разделении времени, когда в течение некоторого отрезка времени осуществляется передача одному приемнику, в течение второго отрезка времени – второму, а в течение третьего отрезка времени – третьему. Второй режим состоит в том, чтобы вести передачу трем приемникам в одно и то же время.

Необходимо показать, что во втором режиме (случае одновременной передачи информации по ТШВК) может потребоваться меньше времени на передачу сообщения, чем в первом режиме (т.е. условиях поочередной передачи). Далее рассмотрим две системы. Первая система с поочередной передачей информации в первом режиме, которую назовем моделью передачи информации № 1 (МПИ-1). Вторая система передачи информации по ТШВК во втором режиме, которую назовем моделью передачи информации № 2 (МПИ-2).

Для вышеописанной модели ТШВК $\{X,Y,M,V; p(y/x),p(m/x),p(v/x)\}$ с составляющими каналами $\{X,Y;p(y/x)\}$, $\{X,M;p(m/x)\}$ и $\{X,V;p(v/x)\}$ задано равномерное распределение вероятностей $p(x)$ [15] на входных символах канала $x \in X$.

Согласно [12] средняя неопределенность составляющего канала ТШВК $\{XY, p(y/x)\}$ относительного входа (условная энтропия $H(X/Y)$ [5, 7]) при заданном выходе равна разности частной энтропией входа $H(X)$ [7] и взаимной информации $I(X;Y)$ [5, 7] между входом и выходом канала: $H(X/Y) = H(X) - I(X;Y)$. Относительно двух других составляющих каналов ТШВК рассуждения построим аналогично. Тогда H_1 – общая неопределенность, которую необходимо снять ОС B, C и D в случае передачи равной информации в рамках модели МПИ-1, которая будет равна:

$$H_1 = H(X/Y) + H(X/Y) + H(X/V), \quad (10)$$

где $H(X/Y)$ – неопределенность (условная энтропия) первого составляющего канала [5], $H(X/Y)$ –

неопределенность второго составляющего канала, $H(X/V)$ – неопределенность третьего составляющего канала ТШВК.

В модели МПИ-2 неопределенность ТШВК H_2 относительно входа при известных выходах составляющих ДСК в соответствии с [12] и выражением (1) равна:

$$H_2 = H(X/Y) + H(X/M) + H(X/V) + H(X/Y,M,V) - \\ - H(X/Y,M) - H(X/Y,M) - H(X/M,Y). \quad (11)$$

Анализ (10) и (11) с учетом свойства не превышения условной энтропии над безусловной энтропией (например, $H(X/M) \le H(X)$) и фактом, того, что увеличение условий уменьшает (не увеличивает) энтропию (например, $H(X/M,Y) \le H(X/M)$) [5, 7, 15] можно записать:

$$H_2 \le H_1, \quad (12)$$

причем равенство в (12) достигается, если в трех или двух составляющих каналах ТШВК нулевая вероятность ошибочного перехода. Дополнительный анализ (11) показывает, что в оценке совместно присутствуют неопределенности трех двухсоставных ШВК [5], однако в рамках ТШВК добавляется четвертый элемент суммы $H(X/Y,M,V)$.

Можно сделать предварительный вывод: при некоторых условиях МПИ-2 может потребоваться меньше времени на передачу информации, чем в условиях МПИ-1.

Одним из важнейших аспектов синтеза систем передачи с помехоустойчивым кодированием [18] является оценка времени передачи сообщения (информации) или информационная скорость [5, 7, 12, 17]. В целях оценки времени передачи информации систем с помехоустойчивым кодированием [18] в МПИ-1 и МПИ-2 предлагается ввести совместный показатель временной эффективности. Определим этот показатель и опишем модель оценивания этого показателя.

Коэффициент выигрыша по времени передачи сообщений

Определим условия для введения коэффициента выигрыша по времени передачи сообщений (КВВП).

Пусть в МПИ-1 и МПИ-2 ОС используют источник G_1, который описывается моделью равновероятного дискретного стационарного источника без памяти [15, 18]. Алфавит источника задается множеством G и состоит из t букв $G = \{g_1, ..., g_t\}$ и в каждую единицу времени источник независимо выбирает i-ю букву из алфавита с одинаковой вероятностью $p(g_i)$ Источник генерирует сообщение $\bar{g}$, представляющее собой последовательность букв источника длиной k, причем $\bar{g} \in G_k$, где G_k – декартова k-я степень G. Общее число последовательностей источника M_0 равно

$$M_0 = t^k. \quad (13)$$

Сделаем предположение, что алфавиты источника G_1, входа и выходов ТШВК совпадают.

Определим используемые коды для сценариев МПИ-1 и МПИ-2. Пусть для передачи информации в модели МПИ-1 по каналу от ОС А к ОС В используется код $G(n_{11}, R_{11})$ [12, 14, 18], где n_{11} – длина кода, R_{11} – скорость кода определенная в выражении (4). По аналогии, пусть для передачи информации в модели МПИ-1 по каналу от ОС А к ОС С используется код $G(n_{12}, R_{12})$, где n_{12} – длина кода, R_{12} – скорость кода. Пусть для передачи информации в модели МПИ-1 по каналу от ОС А к ОС D используется код $G(n_{13}, R_{13})$, где n_{13} – длина кода, R_{13} – скорость кода.

Пусть для передачи информации в модели МПИ-2 по каналу ТШВК от ОС А к ОС В и С используется код $G(n_2, R_2)$ из Определения 1, где n_2 – длина кода, R_2 – скорость кода, определенная в выражении (4).

В МПИ-1 средняя вероятность ошибки декодирования в канале связи может быть определена как для модели ДСК [5]. В МПИ-2 для ТШВК средняя вероятность ошибки декодирования может быть определена согласно выражения (8).

Пусть посредством кодов $G(n_{11}, R_{11})$, $G(n_{12}, R_{12})$, $G(n_{13}, R_{13})$ и $G(n_2, R_2)$ передаются сообщения с максимальной информацией, т.к. задан равномерный закон распределения вероятностей сообщений на выходе источника G_1, причем для обеих моделей передается одно и тоже сообщение. Пусть техническая скорость передачи информации в МПИ-1 и МПИ-2 одинакова и равна $v1$ букв/с. Пусть длина передаваемого сообщения неограниченно возрастает и необходимо обеспечить максимально возможную достоверность сообщения. Тогда В МПИ-1 $n_{11} \to \infty$, $n_{12} \to \infty$, $n_{12} \to \infty$ и в МПИ-2 $n_2 \to \infty$. Известно [5, 7], что подобные условия позволяют достигнуть пропускной способности в каждом из составляющих ДСК-каналах ТШВК. Наличие этих же условий максимизирует ОИ [12] из (2) создают предпосылки для достижения пропускной способности ТШВК из (3). В этих условиях для МПИ-1 и в соответствии с теоремой кодирования [5] для любого ДСК-канала и любого $\phi > 0$ найдется длина кода и сам код со скоростью передачи информации, не превышающей пропускной способности этого ДСК [5, 7], для которого средняя вероятность ошибки декодирования не превышает ϕ, причем $\phi \to 0$. Аналогично для МПИ-2 в соответствии с Определением 2 для ТШВК найдется длина кода и сам код

со скоростью передачи информации, не превышающей пропускной способности этого ТШВК [12], для которого средняя вероятность ошибки декодирования не превышает ϕ, причем $\phi \to 0$.

Определим T_1 [с] – минимальное время передачи сообщения в МПИ-1.

$$T_1 = \nu 1 n_{11} + \nu 1 n_{12} + \nu 1 n_{13} = \nu 1 \cdot \log_2(M_0)\left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13}}\right) \geq \geq \cdot \log_2(M_0)\left(\frac{1}{C_{11}} + \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{13}}\right), \quad (14)$$

где M_0 – объем сообщений источника G_1 определенный в выражении (13), C_{11}, C_{12}, C_{13} – значения пропускных способностей первого, второго и третьего составляющего ДСК-канала ТШВК, соответственно.

Подобным образом, определим T_2 – минимальное время передачи сообщения в МПИ-2.

$$T_2 = \nu 1 n_2 = \nu \ \log_2(M_0)\frac{1}{R_2} \geq \nu 1 \cdot \log_2(M_0)\frac{1}{C^*}, \quad (15)$$

где M_0 – объем сообщений источника G_1 из (13), C^* – значение пропускной способности ТШВК, определенное в выражении (3).

Определим КВВП, который обозначим κ_4 и приравняем его к отношению минимального времени передачи сообщения в МПИ-1 Т1 из выражения (14) к минимальному времени передачи сообщения в МПИ-2 T_2 из выражения (15), при котором обеспечивается заданная средняя вероятность ошибочного декодирования, стремящаяся к нулю при неограниченном увеличении длины кода(ов):

$$\kappa_4 = \left(C^*_{\text{ДШКБП4}}\left(\frac{C_{12}C_{13} + C_{11}C_{13} + C_{11}C_{12}}{C_{11}C_{12}C_{13}}\right)\right). \quad (16)$$

Оценка коэффициент выигрыша по времени передачи сообщений для двоичного ТШВК

Порядок оценки κ_4 в (16) связан с использованием оценки пропускной способности ТШВК из (3) и оценки пропускной способности ДСК [5, 7] для общего двоичного алфавита ($t = 2$). Оценим значения κ_4.

В таблицах 1 и 2 приведены оценки значений КВВП по времени передачи сообщения по двоичному ТШВК для интервалов изменения вероятностей ошибок p_y, p_m от 0 до 0,5 и фиксированных $p_v = 0$ и $p_v = 0{,}15$, соответственно.

Анализ таблицы 1 показывает, что значение коэффициента ограничено:

$$0 \leq \kappa_4 \leq 3. \quad (17)$$

Нижнюю границу в (17), равную 0 коэффициент достигает, если хотя один из составляющих ТШВК находится в состоянии «обрыва канала» [5], т.к. пропускная способность ТШВК равна нулю. Коэффициент κ_4 в (17) равен 3 (верхней границе), если все составляющие ТШВК не подвержены ошибкам. Здесь это объясняется тем, что МПИ-1 является системой поочередной передачи сообщений для троих ОС, а в МПИ-2 сообщение предается одновременно троим ОС, если $p_y = 0$ (или $p_m = 0$) κ_4 больше 1. Это объясняется тем, что если один из составляющих каналов является идеальным, то его влияние с точки зрения ухудшения КВВП исключается, т.к. фактически ТШВК становится ШВК с двумя составляющими каналами.

Анализ остальных значений таблицы показывает, что при достаточно малых значениях вероятностей ошибок в составляющих ТШВК $p_y << 0$ и $p_m << 0$ значение $\kappa_4 > 1$. Однако, с ухудшением качества составляющих ТШВК $p_y \to 0{,}5$

Таблица 1.

Оценки значений κ_4 для $p_v = 0$ и общего двоичного алфавита

		p_m										
		0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**	**0,5**
p_y	**0**	3	2,427	2,062	1,78	1,556	1,377	1,237	1,132	1,058	1,014	0
	0,05	2,427	2,08	1,781	1,535	1,331	1,166	1,035	0,935	0,865	0,824	0
	0,1	2,062	1,781	1,525	1,306	1,123	0,971	0,85	0,757	0,692	0,653	0
	0,15	1,78	1,535	1,306	1,108	0,94	0,8	0,687	0,6	0,539	0,502	0
	0,2	1,556	1,331	1,123	0,94	0,783	0,652	0,546	0,464	0,406	0,372	0
	0,25	1,377	1,166	0,971	0,8	0,652	0,528	0,428	0,35	0,294	0,261	0
	0,3	1,237	1,035	0,85	0,687	0,546	0,428	0,331	0,256	0,203	0,171	0
	0,35	1,132	0,935	0,757	0,6	0,464	0,35	0,256	0,183	0,131	0,1	0
	0,4	1,058	0,865	0,692	0,539	0,406	0,294	0,203	0,131	0,081	0,05	0
	0,45	1,014	0,824	0,653	0,502	0,372	0,261	0,171	0,1	0,05	0,02	0
	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 2.

Оценки значений κ_4 для $p_v = 0{,}15$ и общего двоичного алфавита

		p_m										
		0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**	**0,5**
p_y	**0**	1,78	1,535	1,306	1,108	0,94	0,8	0,687	0,6	0,539	0,502	0
	0,05	1,535	1,446	1,261	1,079	0,917	0,777	0,663	0,574	0,511	0,473	0
	0,1	1,306	1,261	1,12	0,966	0,822	0,695	0,589	0,506	0,446	0,41	0
	0,15	1,108	1,079	0,966	0,836	0,709	0,595	0,499	0,422	0,367	0,333	0
	0,2	0,94	0,917	0,822	0,709	0,597	0,495	0,408	0,338	0,287	0,257	0
	0,25	0,8	0,777	0,695	0,595	0,495	0,403	0,324	0,26	0,214	0,185	0
	0,3	0,687	0,663	0,589	0,499	0,403	0,324	0,251	0,192	0,15	0,124	0
	0,35	0,6	0,574	0,506	0,422	0,338	0,26	0,192	0,138	0,098	0,074	0
	0,4	0,539	0,511	0,446	0,367	0,287	0,214	0,15	0,098	0,06	0,037	0
	0,45	0,502	0,473	0,41	0,333	0,257	0,185	0,124	0,074	0,037	0,015	0
	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

и (или) $p_m \to 0{,}5$ оценка κ_4 становится менее 1 и соответственно при этих сочетаниях p_y и p_m использование МПИ-2 становится не эффективным. Объяснить это можно следующим образом. С ухудшением качества составляющих ТШВК резко возрастает неопределенность ТШВК, как показывает анализ выражения (11).

Дальнейший сравнительный анализ таблиц 1 и 2 для модели ТШВК показал, что дополнительно проявляется влияние третьего составляющего канала ТШВК, когда ухудшение его качества приводит к дополнительному уменьшению коэффициента κ_4. Тогда можно сказать, что при условиях по качеству составляющих каналов ТШВК, когда оценка КВВП более 1 можно считать, что это условия преимущественного использования МПИ-2. Эффективное использование ТШВК возможно, если вероятности ошибок в составляющих каналах не превышает 0,1, тогда коэффициент κ_4 больше 1.

В противном случае условия передачи сообщений трехсоставного дискретного широковещательного канала связи определяются режимом МПИ-1.

Заключение

Подводя итоги, отметим следующее. Анализ предварительных исследований модели ТШВК показал, что его функционирование отличается от известных постановок передачей исключительно общей информации и совместным декодированием на выходах трех составляющих каналов, описываемых моделями ДСК. Ранние информационные оценки основаны на введенной и доказанной в [12] терминологии ОИ одновременно переданную объектам связи (корреспондентам) ТШВК. ОИ определяет пропускную способность ТШВК. На основе анализа предварительных исследований определена цель исследования связанная с оценкой условий передачи сообщений ТШВК с точки зрения теории информации. Результаты оценки позволят обоснованно производить выбор режима передачи информации в ТШВК обеспечивающие минимизацию времени передачи сообщений. Исследованы два режима. Один состоит в разделении времени, когда последовательно в течение первого отрезка времени осуществляется передача первому приемнику, в течение второго отрезка времени – второму, в течение третьего – третьему приемнику. Второй метод состоит в том, чтобы вести передачу трем приемникам в одно и то же время. Первая система с поочередной передачей информации в первом режиме названа МПИ-1. Вторая система – МПИ-2. Произведена постановка задачи кодирования в модели ТШВК связывающей показатели достоверности и оперативности передачи сообщений в рамках которой определены код, скорость кода, оценки максимальной и средней вероятность ошибочного декодирования, определения пропускной способности ТШВК. Выполнено теоретико-информационное обоснование возможности выигрыша по времени передачи сообщений различных режимов ТШВК на основе сравнительного анализа неопределённостей составных каналов и ТШВК в целом.

Для МПИ-1 и МПИ-2 предложено ввести совместный показатель временной эффективности – коэффициент выигрыша по времени передачи сообщений, оценка и анализ которого позволит выделения условия предпочтительного режима использования ТШВК. Разработана модель оценивания этого показателя на основе

предварительных исследований модели ТШВК и исследований, выполненных ранее в работах [12, 17]. КВВП обозначен κ_4 и равен отношению минимального времени передачи сообщения в МПИ-1 T_1 из (14) к аналогу в МПИ-2 T_2 из (15), при котором обеспечивается заданная средняя вероятность ошибочного декодирования, стремящаяся к нулю при неограниченном увеличении длины кода(ов). Выполнена оценка κ_4 для двоичного ТШВК. Результаты расчетов сведены в таблицы 1 и 2 для интервалов изменения p_y, p_m от 0 до 0,5 и фиксированных $p_v = 0$ и $p_v = 0{,}15$, соответственно. Анализ показал таблиц, что значение коэффициента ограничено в границами выражения (17). Нижнюю границу равную нулю коэффициент достигает, если хотя один из составляющих ТШВК находится в состоянии «обрыва канала». Коэффициент p_v равен 3, т.е. верхней границе, если составляющие ТШВК идеальны. Если $p_y = 0$ (или $p_m = 0$) κ_4 больше 1. При достаточно малых значениях $p_y << 0$ и $p_m << 0$ значение $\kappa_4 > 1$ (условия преимущественного использования МПИ-2). Однако, при $p_y \to 0{,}5$ и (или) $p_m \to 0{,}5$ оценка κ_4 становится менее 1 и соответственно при этих сочетаниях p_y и p_m использование МПИ-2 становится не эффективным (условия преимущественного использования МПИ-1). В качестве обобщения определено, что если вероятность ошибок в любом составляющем канале ТШВК не превышает значения 0,1, то использование ТШВК становится эффективным.

Направления дальнейших исследований связанных во-первых, с исследованием полного множества режимов передачи сообщений в ТШВК, особенно с учетом передачи по составляющим двухсоставным ШВК, во вторых, с исследованием различных моделей составляющих ТШВК с учетом замираний, стираний, памяти и т.д.

Полученные результаты тесно связаны и углубляют ранее описанные результаты теоретико-информационные оценки эффективности различных известных моделей ШВК таких как квантового [11], Релеевского [9], Ухудшающегося [10] и Гауссовского ШВК [8, 13] и могут быть рекомендованы к использованию специалистам разрабатывающим перспективные и эксплуатирующим современные системы открытого ключевого согласования [17, 20], системы связи, включающие ШВК, для оценки и достижения потенциальных возможностей по эффективной передаче информации.

Литература

1. Gaidabrus, K. G. Video signal broadcast on the radio channel / K. G. Gaidabrus // Vektor of development. – 2021. – Vol. 1, No. 10. – Pp. 23–26. – DOI: 10.53852/2782-3962-2021-1-10-23-26.
2. Adjacent Channel Interference Aware Joint Scheduling and Power Control for V2V Broadcast Communication / A. Hisham, Di. Yuan, E. G. Strom, F. Brannstrom // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. – 2021. – Vol. 22, No. 1. – Pp. 443–456. – DOI: 10.1109/tits.2020.2968526.
3. Channel Simulation: Finite Blocklengths and Broadcast Channels / M. X. Cao, N. Ramakrishnan, M. Berta, M. Tomamichel // IEEE Transactions on Information Theory. – 2024. – Vol. 70, No. 10. – Pp. 6780–6808. – DOI: 10.1109/tit.2024.3445998.
4. Full Duplex Cooperative Rate Splitting Multiple Access for a MISO Broadcast Channel with Two Users / Sh. Khisa, M. Almekhlafi, M. Elhattab, Ch. Assi // IEEE Communications Letters. – 2022. – Vol. 26, No. 8. – Pp. 1913–1917. – DOI: 10.1109/lcomm.2022.3173894.
5. Accurate Approximation of System Capacity in MISO Broadcast Channel: A Massive-Antenna Perspective / W. Han, X. Ma, L. Wang [et al.] // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2023. – Vol. 72, No. 3. – Pp. 2764–2776. – DOI: 10.1109/tvt.2022.3220275.
6. On the Maximum Achievable Sum-Rate of the RIS-Aided MIMO Broadcast Channel / N. S. Perović, Le. N. Tran, M. Di. Renzo, M. F. Flanagan // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2022. – Vol. 70. – Pp. 6316–6331. – DOI: 10.1109/tsp.2022.3229945.
7. Tian, Ch. Broadcast Channel Cooperative Gain: An Operational Interpretation of Partial Information Decomposition / Ch. Tian, Sh. Shamai Shitz // Entropy. – 2025. – Vol. 27, No. 3. – P. 310. – DOI: 10.3390/e27030310.
8. Fundamental Limits of Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA) for the Massive Gaussian Broadcast Channel in Finite Block-Length / J. M. Gorce, Ph. Mary, D. Anade, J. M. Kélif // Sensors. – 2021. – Vol. 21, No. 3. – P. 715. – DOI: 10.3390/s21030715.
9. Qiaoqiao Lou. Active Rendezvous Broadcast Algorithm Based on Channel Weight in Cognitive Radio Ad Hoc Networks / Qiaoqiao Lou, Zhao Zhijin // Automatic Control and Computer Sciences. – 2021. – Vol. 55, No. 5. – Pp. 431–443. – DOI: 10.3103/s0146411621050059.
10. The road to achieve the capacity of the three-way degraded broadcast channel / Z. Al-Qudah, W. A. Shehab, Kh. A. Darabkh, A. Musa // Journal of the Franklin Institute. – 2023. – Vol. 360, No. 10. – Pp. 6693–6711. – DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.05.005.
11. Barcellos, Ia. B. Relativistic quantum broadcast channel / Ia. B. Barcellos, A. G. S. Landulfo // Physical Review D. – 2024. – Vol. 109, No. 6. – P. 065020. – DOI: 10.1103/physrevd.109.065020.

12. Синюк А. Д. Информационная скорость трехсоставного широковещательного канала связи / А. Д. Синюк, О. А. Остроумов // Вопросы кибербезопасности. – 2023. – № 3 (55). – С. 78–89. – DOI: 10.21681/2311-3456-2023-3-78-89.
13. Two-User Gaussian Broadcast Wiretap Channel with Common Message and Feedback: Revisit / H. Yuan, Ya. Feng, Ch. Yang [et al.] // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. – 2024. – Vol. 19. – P. 178-193. – DOI: 10.1109/tifs.2023.3318948
14. Синюк А. Д. Метод оценки временной эффективности передачи информации дискретного широковещательного канала связи / А. Д. Синюк, А. А. Тарасов, О.А. Остроумов // Телекоммуникации. – 2021. – № 7. – С. 10-17. – DOI: 10.31044/1684-2588-2021-0-7-10-17
15. Su, X. Revisiting Dirty Paper Coding to Hybrid Precoding for Massive MIMO Downlink Broadcast Channel / X. Su, Yi. Jiang // IEEE Transactions on Communications. – 2023. – Vol. 71, No. 7. – P. 4079-4090. – DOI: 10.1109/tcomm.2023.3274130
16. On the Sum Capacity of Dual-Class Parallel Packet-Erasure Broadcast Channels. Sunghyun Kim; Soheil Mohajer; Changho Suh IEEE Transac-tions on Communications Year: 2021. – Volume 69, Issue 4. – Pp. 2271–2289. – DOI: 10.1109/TCOMM.2021.3051392.
17. Синюк А. Д. Информационные базисы открытого сетевого многоключевого согласования / А. Д. Синюк, А. А. Тарасов // Известия Института инженерной физики. – 2022. – № 1 (63). – С. 36–42.
18. Liu, T. Attention-based neural joint source-channel coding of text for point to point and broadcast channel / T. Liu, X. Chen // Artificial Intelligence Review. – 2022. – Vol. 55, No. 3. – Pp. 2379–2407. – DOI: 10.1007/s10462-021-10067-3.
19. Salman, M. The -User DM Broadcast Channel with Two Groupcast Messages: Achievable Rate Regions and the Combination Network as a Case Study / M. Salman, M. K. Varanasi // IEEE Transactions on Information Theory. – 2023. – Vol. 69, No. 1. – Pp. 194–222. – DOI: 10.1109/tit.2022.3193087.
20. Синюк А. Д. Методика оценки своевременности формирования сетевого ключа / А. Д. Синюк, А. А. Тарасов // Теория и техника радиосвязи. – 2024. – № 3. – С. 72–74.

INFORMATION-THEORETIC EVALUATION OF MESSAGE TRANSMISSION CONDITIONS FOR A THREE-COMPONENT DISCRETE BROADCAST COMMUNICATION CHANNEL

Ostroumov O. A.[3], Sinyuk A. D.[4]

Keywords: *broadcast communication channel; general information; communication channel code; code speed; probability of erroneous decoding, message transmission time, uncertainty of the broadcast communication channel, coefficient of gain in message transmission time.*

Abstract

The purpose of the work *is to assess the conditions for transmitting messages in a three-component discrete broadcast communication channel, which will allow to reasonably choose the mode of information transmission that ensures minimization of the time spent.*

Research method: *probability theory, information theory, theory of noise-resistant message coding.*

Results: *The analysis of the preliminary results of studies of the model of a broadcast channel with three components, each of which is modeled by a discrete symmetric communication channel without memory, is carried out. The problem of channel coding is formulated. The channel code, information velocity, the probability of erroneous decoding of the general information of the channel are shown. The theoretical and informational substantiation of the possibility of winning the time of transmission of messages in the channel is given. The assessment of the conditions that ensure the minimization of the time of transmission of messages of the channel on the basis of the calculation of the entered coefficient of the gain in the time of transmission of messages is carried out. The preferential conditions for the use of the channel use according to the selected criterion are determined. The connection of the obtained results with the studies of the theoretical and information efficiency of various known models of broadcast channels is shown.*

Scientific novelty: *on the basis of the analysis of information uncertainties of channels, a coefficient has been introduced for the first time that evaluates the potential conditions for obtaining a gain in the time of information transmission in a three-part discrete broadcast communication channel*

References

1. Gaidabrus, K. G. Video signal broadcast the radio channel / K. G. Gaidabrus // Vektor of development. – 2021. – Vol. 1, No. 10. – Pp. 23–26. – DOI: 10.53852/2782-3962-2021-1-10-23-26.

3 ***Oleg A. Ostroumov***, Ph.D. of Technical Sciences, Lecturer of the Department of the Military Academy of Communications. St. Petersburg, Russia. E-mail: oleg-26stav@mail.ru

4 ***Alexander D. Sinyuk***, Dr.Sc. of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of the Military Academy of Communications. St. Petersburg, Russia. E-mail: eentrop@rambler.ru

2. Adjacent Channel Interference Aware Joint Scheduling and Power Control for V2V Broadcast Communication / A. Hisham, Di. Yuan, E. G. Strom, F. Brannstrom // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. – 2021. – Vol. 22, No. 1. – Pp. 443–456. – DOI: 10.1109/tits.2020.2968526.
3. Channel Simulation: Finite Blocklengths and Broadcast Channels / M. X. Cao, N. Ramakrishnan, M. Berta, M. Tomamichel // IEEE Transactions on Information Theory. – 2024. – Vol. 70, No. 10. – Pp. 6780–6808. – DOI: 10.1109/tit.2024.3445998.
4. Full Duplex Cooperative Rate Splitting Multiple Access for a MISO Broadcast Channel with Two Users / Sh. Khisa, M. Almekhlafi, M. Elhattab, Ch. Assi // IEEE Communications Letters. – 2022. – Vol. 26, No. 8. – Pp. 1913–1917. – DOI: 10.1109/lcomm.2022.3173894.
5. Accurate Approximation of System Capacity in MISO Broadcast Channel: A Massive-Antenna Perspective / W. Han, X. Ma, L. Wang [et al.] // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2023. – Vol. 72, No. 3. – Pp. 2764–2776. – DOI: 10.1109/tvt.2022.3220275.
6. On the Maximum Achievable Sum-Rate of the RIS-Aided MIMO Broadcast Channel / N.S. Perović, Le. N. Tran, M. Di. Renzo, M. F. Flanagan // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2022. – Vol. 70. – Pp. 6316–6331. – DOI: 10.1109/tsp.2022.3229945.
7. Tian, Ch. Broadcast Channel Cooperative Gain: An Operational Interpretation of Partial Information Decomposition / Ch. Tian, Sh. Shamai Shitz // Entropy. – 2025. – Vol. 27, No. 3. – P. 310. – DOI: 10.3390/e27030310.
8. Fundamental Limits of Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA) for the Massive Gaussian Broadcast Channel in Finite Block-Length / J. M. Gorce, Ph. Mary, D. Anade, J. M. Kélif // Sensors. – 2021. – Vol. 21, No. 3. – P. 715. – DOI: 10.3390/s21030715.
9. Qiaoqiao Lou. Active Rendezvous Broadcast Algorithm Based on Channel Weight in Cognitive Radio Ad Hoc Networks / Qiaoqiao Lou, Zhao Zhijin // Automatic Control and Computer Sciences. – 2021. – Vol. 55, No. 5. – Pp. 431–443. – DOI: 10.3103/s0146411621050059.
10. The road to achieve the capacity of the three-way degraded broadcast channel / Z. Al Qudah, W. A. Shehab, Kh. A. Darabkh, A. Musa // Journal of the Franklin Institute. – 2023. – Vol. 360, No. 10. – Pp. 6693–6711. – DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.05.005.
11. Barcellos, Ia. B. Relativistic quantum broadcast channel / Ia. B. Barcellos, A. G. S. Landulfo // Physical Review D. – 2024. – Vol. 109, No. 6. – P. 065020. – DOI: 10.1103/physrevd.109.065020.
12. Sinyuk, A. D. Informacionnaya skorost' trekhsostavnogo shirokoveshchatel'nogo kanala svyazi / A. D. Sinyuk, O. A. Ostroumov // Voprosy kiberbezopasnosti. – 2023. – No. 3 (55). – Pp. 78–89. – DOI: 10.21681/2311-3456-2023-3-78-89.
13. Two-User Gaussian Broadcast Wiretap Channel with Common Message and Feedback: Revisit / H. Yuan, Ya. Feng, Ch. Yang [et al.] // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. – 2024. – Vol. 19. – Pp. 178–193. – DOI: 10.1109/tifs.2023.3318948.
14. Sinyuk, A. D. Metod ocenki vremennoj ehffektivnosti peredachi informacii diskretnogo shirokoveshchatel'nogo kanala svyazi / A. D. Sinyuk, A. A. Tarasov, O.A. Ostroumov // Telekommunikacii. – 2021. – No. 7. – Pp. 10–17. – DOI: 10.31044/1684-2588-2021-0-7-10-17.
15. Su, X. Revisiting Dirty Paper Coding to Hybrid Precoding for Massive MIMO Downlink Broadcast Channel / X. Su, Yi. Jiang // IEEE Transactions on Communications. – 2023. – Vol. 71, No. 7. – Pp. 4079–4090. – DOI: 10.1109/tcomm.2023.3274130.
16. On the Sum Capacity of Dual-Class Parallel Packet-Erasure Broadcast Channels. Sunghyun Kim; Soheil Mohajer; Changho Suh. IEEE Transac-tions on Communications Year, 2021. – Volume 69, Issue: 4. – Pp. 2271–2289. – DOI: 10.1109/TCOMM.2021.3051392.
17. Sinyuk, A. D. Informacionnye bazisy otkrytogo setevogo mnogoklyuchevogo soglasovaniya / A. D. Sinyuk, A. A. Tarasov // Izvestiya Instituta inzhenernoj fiziki. – 2022. – No. 1 (63). – Pp. 36–42.
18. Liu, T. Attention-based neural joint source-channel coding of text for point to point and broadcast channel / T. Liu, X. Chen // Artificial Intelligence Review. – 2022. – Vol. 55, No. 3. – Pp. 2379–2407. – DOI: 10.1007/s10462-021-10067-3.
19. Salman, M. The -User DM Broadcast Channel with Two Groupcast Messages: Achievable Rate Regions and the Combination Network as a Case Study / M. Salman, M. K. Varanasi // IEEE Transactions on Information Theory. – 2023. – Vol. 69, No. 1. – Pp. 194–222. – DOI: 10.1109/tit.2022.3193087.
20. Sinyuk, A. D. Metodika ocenki svoevremennosti formirovaniya setevogo klyucha / A. D. Sinyuk, A. A. Tarasov // Teoriya i tekhnika radiosvyazi. – 2024. – No. 3. – Pp. 72–74.